Lösungen zur Aufgabe der Woche 1. 6. 11

1.)

$$\begin{array}{l|l|l} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 & \cdot 1 & \cdot 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 & (-3) & \\ x_1 - 5x_2 - 4x_2 = -21 & & \cdot(-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 & \\ -7x_2 - 7x_3 = -35 & \cdot 2 \\ 14x_2 + 14x_3 = 70 & \cdot 1 \end{array}$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7$$
$$-7x_2 - 7x_3 = -35$$
$$0 = 0$$

---

für $\underline{x_3 = t} \Rightarrow -7x_2 = -35 + 7x_3 \Rightarrow x_2 = 5 - x_3 \Rightarrow \underline{x_2 = 5 - t}$

$3x_1 = 7 + x_2 - 2x_3 \Rightarrow 3x_1 = 7 + 5 - t - 2t = 12 - 3t \Rightarrow \underline{x_1 = 4 - t}$

$\mathbb{L} = \{(4-t; 5-t; t)\}$

2.)

$$\begin{array}{l|l|l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 & \cdot 2 & \cdot 1 \\ 2x_1 - x_2 + a^2 x_3 = -10 & \cdot(-1) & \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = a & & \cdot(-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 & \\ 5x_2 + (6-a^2)x_3 = 20 & \cdot 1 \\ x_2 + x_3 = 5 - a & \cdot(-5) \end{array}$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$$
$$5x_2 + (6-a^2)x_3 = 20$$
$$\text{III} \qquad [(6-a^2) - 5]x_3 = 20 - 5(5-a)$$

$$\text{III}^* \qquad (1-a^2)\,x_3 = -5 + 5a$$

---

keine Lösung $\quad 1 - a^2 = 0 \;\wedge\; -5 + 5a \neq 0 \quad$ wegen III^*

$\qquad a = \pm 1 \;\wedge\; a \neq +1 \Rightarrow \underline{a = -1}$

---

unendlich viele Lösungen $\quad 1 - a^2 = 0 \;\wedge\; -5 + 5a = 0$

$\qquad a = \pm 1 \;\wedge\; a = 1 \Rightarrow \underline{a = 1}$

---

genau eine Lösung $\quad 1 - a^2 \neq 0 \Rightarrow \underline{a \neq \pm 1}$