

## Übung Ü2

A2

$$f_t(x) = \frac{x^2 - 4t^2}{x^2 - t^2}$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{-t; t\}$$

Ableitungen:

$$f_t'(x) = \frac{2x(x^2 - t^2) - 2x(x^2 - 4t^2)}{(x^2 - t^2)^2} = \frac{2x^3 - 2xt^2 - 2x^3 + 8xt^2}{(x^2 - t^2)^2}$$

$$= \frac{6xt^2}{(x^2 - t^2)^2}$$

$$f_t''(x) = \frac{-18t^2x^2 - 6t^4}{(x^2 - t^2)^3}$$

$$f_t'''(x) = \frac{72t^2x^2 + 12t^4x}{(x^2 - t^2)^4}$$

Asymptoten:

senkrechte Asymptoten

$$x = t$$

$$x = -t$$

waagerechte Asymptote

$$y = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f_t(x) = 1$$

Schnittpunkte mit den Ko-Achsen:

mit der x-Achse:

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 4t^2 = 0$$

$$x^2 - 4t^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$|x| = 2t$$

$$N_1(2t|0)$$

$$N_2(-2t|0)$$

mit der y-Achse:

$$x = 0$$

$$f(0) = 4$$

$$S(0|4)$$

Extrempunkte

$$f'(x) = 0 \text{ und } f''(x) \geq 0$$

$$6xt^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$f''(0) = \frac{-6t^4}{(-t^2)^3} = \frac{-6t^4}{-t^6} = 6 \cdot \frac{1}{t^2} > 0$$

$$f(0) = 4$$

Tiefpunkt

$$\underline{\underline{T(0|4) = S}}$$