

Abiturtraining Ü3 A3

I 1 Differentialgleichung

$$d'(t) = k \cdot d(t)$$

$$d(0) = 37^\circ - 17^\circ = 20^\circ$$

$$d\left(\frac{1}{2}\right) = 37^\circ - 34,3^\circ = 2,7^\circ$$

Funktionswert von d ist Lösung der Differentialgleichung

$$d(t) = C \cdot e^{kt}$$

$$d(0) = C \cdot e^{k \cdot 0} = 20 \Rightarrow C = 20$$

$$d\left(\frac{1}{2}\right) = 20 \cdot e^{k \cdot \frac{1}{2}} = 2,7 \Rightarrow e^{\frac{k}{2}} = \frac{2,7}{20} \Rightarrow \frac{k}{2} = \ln\left(\frac{2,7}{20}\right)$$

$$\Rightarrow k = 2 \ln\left(\frac{2,7}{20}\right) \approx -4,0$$

$$\underline{\underline{d(t) = 20 \cdot e^{-4t}}}$$

Messung wird beendet wenn $d'(t) = -0,1$

$$\Rightarrow d'(t) = 20 \cdot e^{-4t} \cdot (-4) = -80 \cdot e^{-4t} = -0,1$$

$$e^{-4t} = \frac{-0,1}{-80}$$

$$\underline{\underline{t_E = \frac{\ln\left(\frac{0,1}{80}\right)}{-4} \approx 1,67 \text{ Minuten}}}$$

Anzeigte Temperatur

$$T(t) = 37^\circ - d(t)$$

$$\underline{\underline{T(1,67) = 37^\circ - d(1,67) = 37^\circ - 20 \cdot e^{-4 \cdot 1,67} \approx 36,97^\circ}}$$

Am Ende der Messung wird eine Temperatur von $36,97^\circ$ angezeigt