1. Es ist $f(-2) = 0$; also $x_1 = -2$.
Polynomdivision: $(6x^3 + 11x^2 - 3x - 2) : (x + 2) = 6x^2 - x - 1$
Aus $6x^2 - x - 1 = 0$ folgt $x_2 = \frac{1}{2}$; $x_3 = -\frac{1}{3}$.

2. $f(x) = \frac{1}{\sin^2(2x)} = \sin^{-2}(2x)$; $f'(x) = -2 \cdot \sin^{-3}(2x) \cdot 2 \cdot \cos(2x) = \frac{-4\cos(2x)}{\sin^3(2x)}$

$$f'\left(\tfrac{\pi}{4}\right) = \frac{-4\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right)}{\sin^3\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{-4 \cdot 0}{\sin^3\left(\frac{\pi}{2}\right)} = 0$$

3. $F(x) = \frac{1}{6}\left(3 - \frac{2}{3}x\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{4}\left(3 - \frac{2}{3}x\right)^6$

4. Schnittpunkt mit der y-Achse (Fig. 1):
$f(0) = e - e^{-0} = e - 1$; $S(0|e-1)$
Schnittpunkt mit der x-Achse:
$e - e^{-x} = 0$; $e^{-x} = e$; $-x = 1$; $x = -1$; $X(-1|0)$

$$A = \int_{-1}^{0} (e - e^{-x})\,dx = \left[e \cdot x + e^{-x}\right]_{-1}^{0}$$
$$= 1 - (-e + e) = 1$$

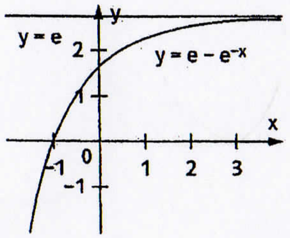


Fig. 1

5. Das Schaubild hat die Asymptoten $y = 2$; $x = 1$.
Ansatz: $y = \frac{2x + a}{x - 1}$
Der Punkt $A(0|1)$ liegt auf dem Schaubild: $1 = \frac{0 + a}{0 - 1}$; $a = -1$. Also: $f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$

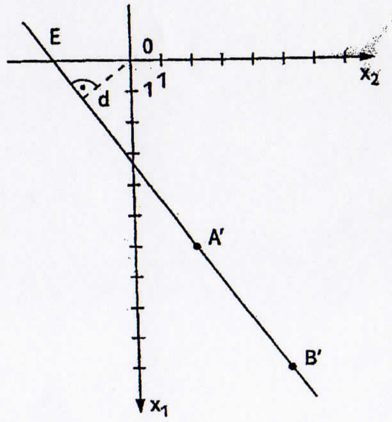
6. Für den Punkt P gilt: $P(x_1|0|0)$. Weiterhin ist

$$\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix} -2 - x_1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ und } \overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} -6 - x_1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aus $\begin{pmatrix} -2 - x_1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -6 - x_1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ folgt $x_1^2 + 8x_1 + 7 = 0$

mit den Lösungen -7 und -1. Für die Punkte $P_1(-7|0|0)$ und $P_2(-1|0|0)$ sind die Dreiecke AP_1B und AP_2B rechtwinklig mit dem rechten Winkel bei P_1 bzw. P_2.

7. Zeichnerische Lösung:
Da die Ebene E parallel zur x_3-Achse ist, ergibt sich der gesuchte Abstand als Abstand des Ursprungs von der Spurgeraden der Ebene E in der x_1x_2-Ebene. Diese Spurgerade geht durch die Punkte $A'(6|2|0)$ und $B'(10|5|0)$.



Abstand der Ebene E

Rechnerische Lösung:

Ansatz für die Ebene E:	$ax_1 + bx_2 = c$
Punktprobe für A:	$6a + 2b = c$
Punktprobe für B:	$10a + 5b = c$

Hieraus folgt $10a = 3c$.
Mit $c = 10$ folgt $a = 3$ und dann $b = -4$.
E: $3x_1 - 4x_2 = 10$;

HNF von E: $\frac{3x_1 - 4x_2 - 10}{\sqrt{9 + 16}} = 0$

Abstand des Punktes $O(0|0|0)$ von E:

$$d = \left|\frac{-10}{5}\right| = 2$$

8. Jede der Gleichungen kann man auffassen als Koordinatengleichung einer Ebene.

Da der Normalenvektor $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}$ kein Vielfaches des Normalenvektors $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ ist, schneiden sich die Ebenen in einer Schnittgeraden.

Rechnerische Lösung:
Aus $\begin{matrix} 2x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2 \end{matrix}$ folgt $\begin{matrix} 4x_1 + 16x_2 - 6x_3 = 2 \\ 3x_1 + 18x_2 - 6x_3 = 6 \end{matrix}$
und hieraus $x_1 = 2x_2 - 4$, dann $x_3 = 4x_2 - 3$.
Mit $x_2 = t$ folgt: $L = \{(-4 + 2t;\ t;\ -3 + 4t) \mid t \in \mathbb{R}\}$.