S 117 Nr. 7

$$V(h) = \pi \cdot \int_0^h (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^h x\, dx = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^h = \pi \cdot \frac{h^2}{2}$$

$V(h) \mathrel{\hat=}$ dem Volumen des Glases das bis zur Höhe h gefüllt ist.

$$V(h) = 30\,VE = \pi \cdot \frac{h^2}{2} \Rightarrow \frac{60}{\pi} = h^2 \Rightarrow \underline{\underline{h = \sqrt{\frac{60}{\pi}}}} \approx \underline{\underline{4{,}370\,LE}}$$

Wenn das Glas bis zu der Höhe 4,370 LE gefüllt ist, befinden sich 30 VE Wasser in dem Glas.

S 117 Nr. 9

a) Integrationsgrenzen $\mathrel{\hat=}$ Schnittstellen von f und g

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{1}{2}x = \sqrt{x} \;|()^2 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 = x \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - x = 0 = x\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$$

$\underline{\underline{x_{s_1} = 0}} \vee \underline{\underline{x_{s_2} = 4}}$; $g(x) = \sqrt{x} > f(x) = \frac{1}{2}x$ für $0 \leq x \leq 4$

$$V = \pi \int_0^4 \left((\sqrt{x})^2 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \right) dx = \pi \int_0^4 \left(x - \frac{1}{4}x^2 \right) dx = \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^4$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{4^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4^3}{3} \right]_0^4 = \underline{\underline{\pi \cdot \frac{8}{3}}} = \underline{\underline{8{,}378}}$$

---

b) Integrationsgrenzen $\mathrel{\hat=}$ Schnittstellen von f und g

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 3x^2 - x^3 = x^2 \Rightarrow 2x^2 - x^3 = 0 = x^2(2 - x) \Rightarrow \underline{\underline{x_{s_1} = 0}} \vee \underline{\underline{x_{s_2} = 2}}$$

$f(x) > g(x)$ für $0 \leq x \leq 2$

$$V = \pi \int_0^2 \left((3x^2 - x^3)^2 - (x^2)^2 \right) dx = \pi \cdot \int_0^2 \left(9x^4 - 6x^5 + x^6 - x^4 \right) dx$$

$$V = \pi \int_0^2 \left(8x^4 - 6x^5 + x^6 \right) dx = \pi \left[\frac{8x^5}{5} - \frac{6x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right]_0^2 = \underline{\underline{\pi \cdot \frac{192}{35}}} \approx \underline{\underline{17{,}234}}$$