LAMBACHER SCHWEIZER KURSSTUFE – S. 133

Achsen- und Punktsymmetrie bei Graphen

AUFGABE 1:

a) $f(x) = -x^2 + x^6$ $\quad f(-x) = -(-x)^2 + (-x)^6 = f(x)$
➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.

b) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ $\quad f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 - 1 = f(x)$
➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.

c) $f(x) = 3x^3 + 2x$ $\quad f(-x) = 3(-x)^3 + 2(-x) = -(3x^3 + 2x) = -f(x)$
➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung.

d) $f(x) = \frac{1}{x} + x$ $\quad f(-x) = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung.

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $\quad f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$ ➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.

f) $f(x) = \frac{1}{x^2} + e^{x^2}$ $\quad f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} + e^{(-x)^2} = f(x)$ ➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.

g) $f(x) = e^x + x$ $\quad f(-x) = e^{-x} - x$ ➔ Weder Achsen- noch Punktsymmetrisch.

h) $f(x) = e^x + e^{-x}$ $\quad f(-x) = e^{-x} + e^x = f(x)$ ➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.

AUFGABE 2:

a)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	-2	0	2	1

b)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	2	3	2	0

AUFGABE 4:

a) $f(x) = 2\,sin(x)$ $\quad f(-x) = 2\sin(-x) = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung.
b) $f(x) = \cos(x) + 2$ $\quad f(-x) = \cos(-x) + 2 = f(x)$ ➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse.
c) $f(x) = sin(x) - 3$ $\quad f(-x) = \sin(-x) - 3)$ ➔ Weder Achsensymmetrisch zur y-Achse, noch Punktsymmetrisch zum Ursprung.
d) $f(x) = \frac{x}{\cos(x)}$ $\quad f(-x) = \frac{-x}{\cos(-x)} = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung.

AUFGABE 5:

a) $f(x) = -2x^4 + 4x^2$ $\quad f(-x) = -2(-x)^4 + 4(-x)^2 = f(x)$ ➔ Achsensymmetrisch zur y-Achse. Die Funktion hat zwei Hochpunkte, $HP_1(1|2)$ und $HP_2(-1|2)$. ✓

b) $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ $\quad f(-x) = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung, demnach hat die Funktion einen Hochpunkt bei $HP_1(1|2)$ und einen Tiefpunkt bei $TP_1(-1|-2)$.

c) $f(x) = -x^3 + 3x$ $\quad f(-x) = x^3 + 3(-x) = -(x^3 + 3x) = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung, demnach hat die Funktion einen Hochpunkt bei $HP_1(1|2)$ und einen Tiefpunkt bei $TP_1(-1|-2)$.

d) $f(x) = -\frac{1}{x} - x$ $\quad f(-x) = -\frac{1}{-x} - (-x) = -f(x)$ ➔ Punktsymmetrisch zum Ursprung, demnach hat die Funktion einen Hochpunkt bei $HP_1(1|2)$ und einen Tiefpunkt bei $TP_1(-1|-2)$.