S 184 Nr. 2

a) $t = 0 \mathrel{\hat{=}} 1988$ $\quad f(0) = 1{,}82 \cdot 10^9$ Einwohner

$t = 1 \mathrel{\hat{=}} 1989$ $\quad f(1) = 1{,}875 \cdot 10^9$ Einwohner

$f(t) = f(0) \cdot e^{k \cdot t}$

$f(1) = f(0) \cdot e^{k \cdot 1} \Rightarrow 1{,}87 \cdot 10^9 = 1{,}82 \cdot 10^9 \cdot e^{k \cdot 1}$

$$\frac{1{,}875}{1{,}82} = e^{k \cdot 1} \quad | \ln$$

$$\ln\left(\frac{1{,}875}{1{,}82}\right) = k \approx 0{,}0297722$$

$$\underline{\underline{f(t) = 1{,}82 \cdot 10^9 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot t}}}$$

b) Jahr $2000 \mathrel{\hat{=}} t = 12$

$\underline{\underline{f(12)}} = 1{,}82 \cdot 10^9 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot 12} \approx \underline{\underline{2{,}6015 \cdot 10^9}}$

Tatsächliche Bevölkerungszahl $\approx 2{,}3 \cdot 10^9$

$\Rightarrow$ Exponentielles Wachstum extrapoliert das Wachstum nicht genau. Es könnte eine andere Art von Wachstum besser geeignet sein das Wachstum zu beschreiben.

c) $f(t) = 1{,}82 \cdot 10^9 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot t} = 4 \cdot 10^9$

$$e^{0{,}0297722 \cdot t} = \frac{4}{1{,}82} \quad | \ln$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{4}{1{,}82}\right)}{0{,}0297722} \approx \underline{\underline{26{,}5 \text{ Jahre}}}$$

$1988 + 26{,}5 = \underline{\underline{2014{,}5}}$ Im Jahr $\underline{\underline{2014}}$ wird nach diesem Modell die 4 Milliarden Grenze überschritten.

d) $f'(t)$ ist die momentane Wachstumsgeschwindigkeit

$f'(t) = 1{,}82 \cdot 10^9 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot t} \cdot 0{,}0297722$ (Kettenregel)

$f'(t) = 10^9 \cdot 0{,}0541854 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot t} \mathrel{\hat{=}}$ Wachstumsgeschwindigkeit

$$f'(12) = 10^9 \cdot 0{,}0541854 \cdot e^{0{,}0297722 \cdot 12} \approx \underline{\underline{77 \cdot 10^6}} \ \frac{\text{Einwohner}}{\text{Jahr}}$$