S 185 Nr. 7

a) Ein Zeitschritt $\hat{=}$ $56s = T_H$ Halbwertszeit

$100\% \cdot 2^{-n} = 1 \cdot \frac{1}{2^n} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ beschreibt den Anteil des noch vorhanden Radons nach n Zeitschritten.

---

b) $f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$

$f(0) = c \cdot e^{k \cdot 0} = c = 100\% = 1$

$f(t_H) = f(56) = \frac{1}{2} = 1 \cdot e^{k \cdot 56} \mid \ln$

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = k \cdot 56 \Rightarrow k = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{56} \approx -0{,}012378$

allgemein gilt $f(t_H) = \frac{1}{2} \cdot c = c \cdot e^{k \cdot t_H} \mid : c$

$\frac{1}{2} = e^{k \cdot t_H} \mid \ln$

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = k \cdot t_H \mid : t_H$

$$\boxed{\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{t_H} = k}$$

$f(t) = 100\% \cdot e^{-0{,}012378 \cdot t} = 1 \cdot e^{-0{,}012378 \cdot t}$

---

c) $f(5 \cdot 60) = 100\% \cdot e^{-0{,}012378 \cdot 300} \approx 2{,}44\%$ sind noch nicht nach 5 Minuten zerfallen

$f(t) = 1\% = 100\% \cdot e^{-0{,}012378 \cdot t}$

$\frac{1}{100} = e^{-0{,}012378 \cdot t} \mid \ln \Rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{1}{100}\right)}{-0{,}012378} \approx 372{,}04\,s$

Ist noch 1% der Masse vorhanden

---

d) Momentane Änderungsrate $\hat{=}$ $f'(t) = 100\% \cdot (-0{,}012378) \cdot e^{-0{,}012378 \cdot t}$

$f'(t) = -1{,}2378 \cdot e^{-0{,}012378 \cdot t}$

$f'(0) = -1{,}2378$

$f'(56) = -1{,}2378 \cdot e^{-0{,}012378 \cdot 56} = -1{,}2378 \cdot \frac{1}{2}$

$f'(2 \cdot 56) = -1{,}2378 \cdot \left(e^{-0{,}012378 \cdot 56}\right)^2 = -1{,}2378 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$f'(56 \cdot 3) = -1{,}2378 \cdot \underbrace{\left(e^{-0{,}012378 \cdot 56}\right)}_{\frac{1}{2}}{}^3 = -1{,}2378 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$

Änderungsrate hat dieselbe Halbwertszeit wie Ausgangsfunktion