

S 187 Nr. 3

a) $S = 100$; $F(0) = 10$; $F(1) = 20$

1. Möglichkeit aus der rekursiven Darstellung zur expliziten Darstellung

$$B(1) = B(0) + p(S - B(0)) \Rightarrow p = \frac{B(1) - B(0)}{S - B(0)} = \frac{20 - 10}{100 - 10} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow a = 1 - p = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} ; c = S - B(0) = 100 - 10 = 90$$

$$\Rightarrow B(x) = 100 - 90 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^x = 100 - 90 \cdot e^{x \cdot \ln\left(\frac{8}{9}\right)}$$

$$\underline{\underline{B(x) = 100 - 90 \cdot e^{-0,11778 \cdot x}}}$$

2.) Möglichkeit

$$B(x) = S - c \cdot a^x ; \text{ mit } S = 100 ; F(0) = 10 ; F(1) = 20$$

$$B(1) = 20 = 100 - 90 \cdot a^1 \Rightarrow a^1 = \frac{20 - 100}{-90} = \frac{8}{9} \quad c = S - 10 = 90$$

$$\underline{\underline{B(x) = 100 - 90 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^x = 100 - 90 \cdot e^{x \cdot \ln\left(\frac{8}{9}\right)}}} \quad \text{s. O.}$$

3. Möglichkeit

$$B(x) = S - c \cdot e^{-k \cdot x} ; \text{ mit } S = 100 ; F(0) = 10 ; F(1) = 20$$

$$B(1) = 20 = 100 - 90 \cdot e^{-k \cdot 1} \Rightarrow e^{-k \cdot 1} = \frac{20 - 100}{-90} = \frac{8}{9} \Rightarrow k = -\ln\left(\frac{8}{9}\right)$$

$$\underline{\underline{B(x) = 100 - 90 \cdot e^{x \cdot \ln\left(\frac{8}{9}\right)}}} \quad \text{s. O.}$$

b) 2. Möglichkeit $B(x) = 100 + 100 \cdot a^x$ $c = 100 - 200 = -100$

$$B(10) = 150 = 100 + 100 \cdot a^{10} \Rightarrow a^{10} = \frac{150 - 100}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \sqrt[10]{\frac{1}{2}}$$

$$\underline{\underline{B(x) = 100 + 100 \cdot \left(\sqrt[10]{\frac{1}{2}}\right)^x = 100 + 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{10}} = 100 + 100 \cdot e^{\frac{x \cdot \ln(0,5)}{10}}}}$$

3. Möglichkeit $B(x) = 100 + 100 \cdot e^{-k \cdot x} \Rightarrow B(10) = 150 = 100 + 100 \cdot e^{-k \cdot 10}$

$$\Rightarrow e^{-k \cdot 10} = \frac{150 - 100}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = -\frac{\ln(0,5)}{10} \Rightarrow \underline{\underline{B(x) = 100 + 100 \cdot e^{\frac{x \cdot \ln(0,5)}{10}}}}$$