S 191 Nr 4

a) $f'(x) = 0{,}1\, f(x)$ mit $f(0) = 1$

exponentielles Wachstum
Lösung allgemein:
$f(x) = c \cdot e^{k \cdot x}$

$c = f(0) = 1 \wedge k = 0{,}1$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 1\, e^{0{,}1\, x}}}$

---

b) $f'(x) = -0{,}2\, f(x)$; $f(0) = 10$

Differenzialgleichung für exponentielles Wachstum.
Lösung allgemein:
$f(x) = c \cdot e^{k \cdot x}$

$c = f(0) = 10 \wedge k = -0{,}2$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 10 \cdot e^{-0{,}2 \cdot x}}}$

---

c) $f(x) = \underset{\underset{k}{\parallel}}{0{,}1}\, (\underset{\underset{S}{\parallel}}{5} - f(x))$ mit $f(0) = 0$

Differenzialgleichung für beschränktes Wachstum
Lösung allgemein:
$f(x) = S - c\, e^{-k \cdot x}$

$\underline{\underline{S = 5}} \wedge \underline{\underline{k = 0{,}1}}$

einsetzen

$f(x) = 5 - c \cdot e^{-0{,}1 \cdot x}$

Da $f(0) = 0$ sein soll $\Rightarrow f(0) = 5 - c \cdot e^{-0{,}1 \cdot 0} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{c = 5}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 5 - 5 \cdot e^{-0{,}1 \cdot x}}}$

$\underline{\underline{c = S - f(0)}}$

---

d) $f'(x) = \underset{\underset{k}{\parallel}}{0{,}1}\, (\underset{\underset{S}{\parallel}}{5} - f(x))$ mit $f(0) = 10$

Differenzialgleichung für beschränktes Wachstum
Lösung allgemein.
$f(x) = S - c \cdot e^{-k \cdot x}$

$c = S - f(0) \Rightarrow c = 5 - 10 = -5$

$\Rightarrow f(x) = 5 - (-5) \cdot e^{-0{,}1 \cdot x} = \underline{5 + 5 \cdot e^{-0{,}1 \cdot x}}$