

S 191 Nr. 6

a) $f(0) = 10^\circ\text{C}$; Raumtemperatur $25^\circ\text{C} = S$

$$k = 0,1$$

Differenzialgleichung

$$f'(x) = 0,1 \cdot (S - f(x)) = 0,1 \cdot (25 - f(x)) \quad \text{mit } f(0) = 10^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow f(x) = S - [S - f(0)] \cdot e^{-k \cdot x} = 25 - [25 - 10] \cdot e^{-0,1 \cdot x}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 25 - 15 \cdot e^{-0,1 \cdot x}}} \quad \text{Lösung der Differenzialgleichung}$$

b) $f(0) = 20^\circ\text{C}$; $S = -5^\circ\text{C}$; $x = \text{Zeit in Minuten}$

$$f'(x) = k(-5 - f(x)) \quad \text{allg. gilt } f(x) = S - c \cdot e^{-k \cdot x}$$

$$\Rightarrow f(x) = -5 - [-5 - 20] \cdot e^{-k \cdot x} = -5 + 25 \cdot e^{-k \cdot x}$$

k wird mit der Gleichung $f(15) = 5^\circ\text{C}$ bestimmt

$$f(15) = -5 + 25 \cdot e^{-k \cdot 15} = 5 \quad | +5$$

$$25 \cdot e^{-k \cdot 15} = 10 \quad | :25$$

$$e^{-k \cdot 15} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \quad | \ln$$

$$-k \cdot 15 = \ln\left(\frac{2}{5}\right) \quad | :(-15)$$

$$\underline{\underline{k = \frac{\ln\left(\frac{2}{5}\right)}{-15} \approx 0,06109}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -5 + 25 \cdot e^{-0,06109 \cdot x}}}$$

Wann werden 0°C erreicht

$$\Rightarrow f(x) = -5 + 25 \cdot e^{-0,06109 \cdot x} = 0$$

$$e^{-0,06109 \cdot x} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \quad | \ln$$

$$-0,06109 \cdot x = \ln\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\underline{\underline{x = \frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{-0,06109} \approx 26,35 \text{ Minuten}}}$$

Nach ≈ 26 Minuten werden die 0°C erreicht.