S 248 Nr. 4

b) (1) $\begin{pmatrix}4\\1\\p\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\\7\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{rcl|l|l} 2r + 3s &=& 1 & \cdot 1 & \cdot 7 \\ 1r + 2s &=& 1 & \cdot(-2) & \\ 7r + 5s &=& p-2 & & \cdot(-2) \end{array}$

$$\begin{array}{lrcl} I & 2r + 3s &=& 1 \\ II & -1s &=& -1 \\ III & 11s &=& 7 - 2(p-2) = 11 - 2p \end{array}$$

aus Gleichung II folgt $s = 1$

aus Gleichung I folgt $2r + 3 \cdot 1 = 1 \Rightarrow r = -1$

Damit LGS lösbar muss Gleichung III erfüllt sein

$\Rightarrow \quad 11 \cdot 1 = 11 - 2p \Rightarrow 0 = -2p \Rightarrow \underline{\underline{p = 0}}$

Für $\underline{\underline{p = 0}} \Rightarrow \underline{\underline{P(4|1|0) \in E}}$

---

b) (2) $P(p|0|7)$

$\begin{pmatrix}p\\0\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\\7\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{rcl} 2r + 3s &=& p-3 \\ 1 \cdot r + 2s &=& 0 \\ 7r + 5s &=& 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} r & s & p \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 5 \end{array}\right) \end{array}$

mit GTR $\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{9} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{32}{9} \end{array}\right) \Rightarrow$ $r = \frac{10}{9}$; $s = -\frac{5}{9}$ damit LGS lösbar muss $\underline{\underline{p = \frac{32}{9}}}$ sein

$\Rightarrow \underline{\underline{P(\frac{32}{9}|0|7) \in E}}$

---

b) (3) $P(p|2|-2)$

$\begin{pmatrix}p\\2\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\\7\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{rcl} 2r + 3s - p &=& -3 \\ 1r + 2s + 0 &=& 2 \\ 7r + 5s + 0 &=& -4 \end{array}$

$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} r & s & p \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 7 & 5 & 0 & -4 \end{array}\right) \end{array} \xRightarrow{GTR} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \Rightarrow$ $r = -2$; $s = 2$ damit LGS lösbar muss $\underline{\underline{p = 5}}$ sein

$\Rightarrow \underline{\underline{P(5|2|-2) \in E}}$