S 285 Nr. 2

a.) $E(P;Q;R): \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}4\\7\\-3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-4\\3\\3\end{pmatrix}$; ges: $\vec{n}$

$$\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\7\\-3\end{pmatrix} = 0 \wedge \begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-4\\3\\3\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} 4n_1 + 7n_2 - 3n_3 = 0 \quad |\cdot 1 \\ -4n_1 + 3n_2 + 3n_3 = 0 \quad |\cdot 1 \end{array}$$

$$4n_1 + 7n_2 - 3n_3 = 0$$

$$0 + 10n_2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{n_2 = 0}}$$

$$4n_1 = 3n_3$$

$$\underline{n_1} = \underline{\tfrac{3}{4} n_3}$$

wähle $n_3 = 4 \Rightarrow n_1 = 3$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{n} = \begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}}} \Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{3^2+0^2+4^2}}\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix} = \underline{\underline{\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}}}$$

$\Rightarrow$ Hesse Normalenform der Ebene

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}\right]\cdot\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{3x_1 + 0\cdot x_2 + 4x_3 - 22}{5} = 0$$

Abstand $A(3|3|-4)$ von der Ebene: Setze die Koordinaten von A in die Hesse Form ein

$$\underline{\underline{d(A;E)}} = \left|\frac{3\cdot 3 + 0\cdot 3 + 4\cdot(-4) - 22}{5}\right| = \left|-\frac{29}{5}\right| = \underline{\underline{\frac{29}{5}}}$$

$B(-4|-8|-18)$ $d(B;E)$ kann auch berechnet werden indem man die Koordinaten von B in die Hesse Form der Normalengleichung einsetzt

$$\underline{\underline{d(B;E)}} = \left|\left[\begin{pmatrix}-4\\-8\\-18\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}\right]\cdot\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}-6\\-8\\-22\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}\right| = \underline{\underline{\frac{106}{5}}} \; ; \; \underline{\underline{d(C;E) = \frac{57}{5}}}$$

b) $E: 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 4$

$\underline{\underline{d(A;E) = \frac{8}{3}}}$; $\underline{\underline{d(B;E) = 7}}$; $\underline{\underline{d(C;E) = 2}}$