S 285 Nr. 3

$E: \quad 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 7 \quad \Rightarrow \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}; \; \vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Hesse Form von E: $\frac{2x_1 - x_2 + 5x_3 - 7}{\sqrt{30}} = 0$

a) $F: 4x_1 - 2x_2 + 10x_3 = 18 \quad \Rightarrow \vec{n}_F = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 10 \end{pmatrix}$

$2 \cdot \vec{n}_E = \vec{n}_F \quad \Rightarrow E \parallel F$

Um dem Abstand zu berechnen: Nehme einen Punkt A aus der Ebene F und setze ihn in die Hesse Form von E ein.

$A(2|0|1) \in F$

$d(A;E) = d(E;F) = \left| \frac{2 \cdot 2 - 1 \cdot 0 + 5 \cdot 1 - 7}{\sqrt{30}} \right| = \left| \frac{2}{\sqrt{30}} \right| = \left| \frac{2 \cdot \sqrt{30}}{30} \right|$

$\underline{\underline{d(E;F) = \frac{\sqrt{30}}{15}}}$

---

b) $F: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{n}_F = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$a \cdot \vec{n}_F \neq \vec{n}_E$ für alle $a \in \mathbb{R} \Rightarrow E \nparallel F$

---

c) $F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \wedge \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} n_1 + 3n_2 - n_3 = 0 & \cdot 1 \\ n_1 + n_2 - n_3 = 0 & \cdot (-1) \\ \hline n_1 + 3n_2 - n_3 = 0 & \\ 2n_2 = 0 & \end{array}$$

$n_2 = 0$

$n_1 = n_3 = 1$ Frei gewählt

$n_1 + 3 \cdot 0 - n_3 = 0$

$\vec{n}_F = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$a \cdot \vec{n}_F \neq \vec{n}_E$ für alle $a \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow F \nparallel E$