S 285 Nr. 4

$E: 2x_1 - x_1 - 2x_3 = 8$ $\qquad$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

E_0 sei Hesse Form von E

$$\frac{2x_1 - x_1 - 2x_3 - 8}{3} = 0$$

Alle Punkte, die den Abstand 3 von der Ebene E haben liegen auf parallelen Ebenen mit folgender Gleichung.

$2x_1 - x_1 - 2x_3 = k$ $\quad$ Es sei $R(r_1|r_2|r_3)$ ein Punkt der den Abstand 3 von der Ebene E hat.

$$\Rightarrow d(R;E) = \left| \frac{\overbrace{2\cdot r_1 - 1r_2 - 2r_3}^{k} - 8}{3} \right| = \left| \frac{k-8}{3} \right| = 3$$

$$\Rightarrow \frac{k-8}{3} = \pm 3 \Rightarrow \underline{\underline{k_1}} = +3\cdot 3 + 8 = \underline{\underline{17}} \vee \underline{\underline{k_2}} = -3\cdot 3 + 8 = \underline{\underline{-1}}$$

$$\Rightarrow E_1: \underline{\underline{2x_1 - x_2 - 2x_3 = 17}} \;;\; E_2: \underline{\underline{2x_1 - x_2 - 2x_3 = -1}}$$

E_1 und E_2 sind parallel zu E und haben den Abstand 3.

Schneide die Gerade g mit E_1 und E_2. Die Schnittpunkte sind die gesuchten Punkte.

$g \cap E_1 = \{P_1\}$

$$\begin{aligned} 2\cdot(2+t) - 1(3+t) - 2(-5+0\cdot t) &= 17 \\ 4 + 2t - 3 - t + 10 &= 17 \Rightarrow t_1 = 6 \end{aligned}$$

$$\vec{OP_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix} ; \underline{\underline{P_1(8|9|-5)}}$$

$g \cap E_2 = \{P_2\}$

$$\begin{aligned} 2\cdot(2+t) - 1\cdot(3+t) - 2(-5+0\cdot t) &= -1 \\ 4 + 2t - 3 - t + 10 &= -1 \Rightarrow t_2 = -12 \end{aligned}$$

$$\vec{OP_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} - 12\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -9 \\ -5 \end{pmatrix} ; \underline{\underline{P_2(-10|-9|-5)}}$$