S 287 Nr. 1

a) $R(6|7|-3)$; $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$d(R;g) = \text{Min} \, |\overrightarrow{R;P_t}|$ mit $P_t \in g$

$|\overrightarrow{R;P_t}| = \sqrt{(2+3t-6)^2 + (1+0\cdot t-7)^2 + (4-2t-(-3))^2}$

$|\overrightarrow{R;P_t}| = \sqrt{(-4+3t)^2 + (-6)^2 + (7-2t)^2} = d(t)$

$\Rightarrow \text{Min} \, |\overrightarrow{R;P_t}|$ wird für $t = 2$ angenommen

und beträgt 7 $\Rightarrow \underline{\underline{d|R;g| = 7}}$

Ist mit GTR ein mögliches Verfahren um den Abstand von R und Gerade zu bestimmen.

Ohne GTR viel zu aufwändig

---

b) $R(-2|-6|1)$ $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Berechnung mit Orthogonalitätsbedingung

$\overrightarrow{RP_t} \cdot \vec{u} = 0$ $P_t \in g$; $\vec{u}$ ist Richtungsvektor der Geraden

$\begin{pmatrix} 5+3t-(-2) \\ 9+2t-(-6) \\ 1+2t-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 7+3t \\ 15+2t \\ 2t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

$3\cdot(7+3t) + 2(15+2t) + 2\cdot(2t) = 0$

$21 + 9t + 30 + 4t + 4t = 0$

$17t = -51 \Rightarrow \underline{\underline{t = -3}}$

P_{-3} ist der Punkt, der den kleinsten Abstand zu R hat und auf der Geraden liegt.

$\overrightarrow{OP_{-3}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$; $P_{-3}(-4|3|-5)$

$d(R;g) = |\overrightarrow{R;P_{-3}}| = \sqrt{(-4-(-2))^2 + (3-(-6))^2 + (-5-1)^2} = 11$

Siehe Exceldatei " Übungen zum Berechnen von Abständen im Raum. .... Aufgabe 3b "