S 282 Nr. 9

$E: 4x_1 - x_2 + 8x_3 = 7$ $\quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$; $\vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{4^2+(-1)^2+8^2}} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{n}_0 = \frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$; der Punkt $P(0|1|1) \in E$ ist frei gewählt

Man erstellt zwei parallel zu E gelegene Ebenen E_1 und E_2 die den Abstand 9 von der Ebene E haben.

Eine Möglichkeit diese Ebenen zu finden ist: Man bestimmt einen Punkt A der in dieser Ebene liegt. Man findet ihn indem man $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 9 \cdot \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$; $A(4|0|9)$ berechnet

$\Rightarrow E_1: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{4x_1 - x_2 + 8x_3 = 88}}$

Diese Ebene schneidet man mit der x_3-Achse $\Rightarrow x_1 = x_2 = 0$

$\Rightarrow 4 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + 8 \cdot x_3 = 88 \Rightarrow x_3 = 11 \Rightarrow \underline{\underline{S_{3_1}(0|0|11)}}$ hat von E den Abstand 9 LE

Um den zweiten Punkt auf der x_3-Achse zu finden geht man analog vor. Man bestimmt einen Punkt $B \in E_2$

$\vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 9 \cdot \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} \Rightarrow E_2: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{E_2: 4x_1 - x_2 + 8x_3 = -74}}$

$E_2 \cap x_3\text{-Achse} = \{S_{3_2}\} \Rightarrow x_1 = x_2 = 0$

$4 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + 8 \cdot x_3 = -74 \Rightarrow x_3 = -\frac{37}{4} = -9{,}25$

$\Rightarrow \underline{\underline{S_{3_2}\left(0|0|-\frac{37}{4}\right)}}$