S 40 Nr. 1 $f(x) = x^2+1$; $g(x) = -(x-2)^2+2$; $x \in [0;2]$

$d(x) = |f(x) - g(x)|$ soll minimal werden

Zielfunktion $d(x) = f(x) - g(x)$ da $f(x) > g(x)$

$$d(x) = x^2+1 - [-(x-2)^2+2] = x^2+1+(x-2)^2-2$$

$$d(x) = x^2+1+x^2-4x+4-2 = 2x^2-4x+3$$

Wegen Minimum muss $d'(x) = 0$ notw. Bed.

$$d'(x) = 4x-4 = 0 \Rightarrow x_E = 1$$

$d''(x) = 4 > 0$ für alle $x \in D$ $\Rightarrow d(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1$

~~ist~~ $d(1) = 1$ ist der minimale Abstand der Funktionen

$d(x)$ ist eine nach oben geöffnete Parabel $\Rightarrow d(1) = 1$ ist sogar ein globales Minimum

---

S 40 Nr. 2 $f(x) = \frac{2}{x}$; $Q(u \mid f(u))$ K ist Graph von f

Abstand zum Ursprung soll minimal werden

$$d(u) = d(K;0) = \sqrt{(u-0)^2 + (f(u)-0)^2} = \sqrt{u^2 + \left(\frac{2}{u}\right)^2} \quad \text{Zielfunktion}$$

$$d'(u) = \frac{1}{2}\left(u^2 + \frac{4}{u^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(2u - \frac{8}{u^3}\right) = \frac{1 \cdot \left(2u - \frac{8}{u^3}\right)}{2\sqrt{u^2 + \frac{4}{u^2}}} = 0$$

$\Rightarrow 2u - \frac{8}{u^3} = 0$ Zähler muss 0 werden. Nenner muss an der Stelle $\neq 0$ sein.

$$2u^4 - 8 = 0 \Rightarrow u^4 = \frac{8}{2} \Rightarrow u_{1,2} = \pm\sqrt[4]{4} = \pm(2^2)^{\frac{1}{4}} = \pm 2^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{2}$$

$Q_1\left(-\sqrt{2} \mid \frac{2}{-\sqrt{2}}\right) = (-\sqrt{2} \mid -\sqrt{2})$ $\quad Q_2\left(+\sqrt{2} \mid \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = (\sqrt{2} \mid \sqrt{2})$

Die Punkte Q_1 und Q_2 auf dem Graphen von f haben minimalen Abstand zum Ursprung.

Denkbar ist auch der Einsatz des GTR nach der Aufstellung der Zielfunktion