S40 Nr. 3.

$A(l) = l \cdot b$ Nebenbedingung $U = 50\,cm$

$l > 0$ $U = 2 \cdot l + 2b$

Gleichung nach b auflösen und in $A(l)$ einsetzen

$50 = 2l + 2b \Rightarrow 2b = 50 - 2l \Rightarrow b = 25 - l$

eingesetzt in $\underbrace{A(l)}_{\text{Zielfunktion}} = l \cdot (25 - l) = \underline{\underline{-l^2 + 25l}}$

$A(l)$ soll maximal werden $\Rightarrow A'(l) = 0 = -2l + 25$

$\Rightarrow \underline{\underline{l}} = \frac{-25}{-2} = \underline{\underline{12{,}5\,cm}}$; $\underline{\underline{b}} = 25\,cm - 12{,}5\,cm = \underline{\underline{12{,}5\,cm}}$

Da $A(l)$ eine nach unten geöffnete Parabel ist $\Rightarrow$ globales Maximum für $l = 12{,}5\,cm$ und $b = 12{,}5\,cm$. Wie zu erwarten ist das Rechteck ein Quadrat.

S40 Nr. 4.

$A = 400\,m^2 = l \cdot b$ Nebenbedingung

$U = 2l + 2b$ soll minimal werden. Aus $400 = l \cdot b \Rightarrow b = \frac{400}{l}$

$U(l) = 2l + 2 \cdot \frac{400}{l}$ Zielfunktion ; $l > 0$

notw. Bed: $U'(l) = 0 = 2 - \frac{800}{l^2} \Rightarrow \frac{800}{l^2} = +2 \quad | \cdot l^2$

$800 = 2 \cdot l^2 \quad | : 2$

$l = (\pm) \sqrt{400} = +20\,m$

$b = \frac{400}{20} = 20\,m$

$U''(l) = +\frac{1600}{l^3} \Rightarrow U''(20) = \frac{1600}{20^3} > 0$

$\Rightarrow$ Minimum Global für $l = 20\,m$ und $b = 20\,m$ da

~~$U(l) \to \infty$~~ für $l \to +\infty$

$U(l) \to +\infty$ für $l \to +\infty$ und $U(l) \to +\infty$ für $l \to 0$ und $l > 0$