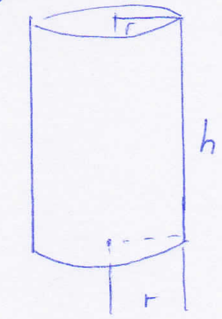
S 41 Nr. 5



$A = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h + r^2 \cdot \pi$

Mantel   Grundfläche

Nebenbedingun $V = 1000\,l = r^2 \cdot \pi \cdot h$

nach h aufgelöst $h = \frac{1000}{r^2 \cdot \pi}$

einsetzen in $A(r) = 2r \cdot \pi \cdot \frac{1000}{r^2 \cdot \pi} + r^2 \cdot \pi$

$A(r) = \frac{2 \cdot 1000}{r} + r^2 \cdot \pi \quad ; \quad r > 0$

Zielfunktion

$A'(r) = 0 = -\frac{2000}{r^2} + 2r \cdot \pi$ notw. Bed. für Minimum

$\Rightarrow \frac{2000}{r^2} = 2r \cdot \pi \;\Big|\cdot r^2 \Rightarrow 2000 = 2r^3 \cdot \pi$

$r^3 = \frac{2000}{2 \cdot \pi} = \frac{1000}{\pi}$

$r = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}} \approx 6{,}828$ dm

$r = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$

$A''(r) = \frac{4000}{r^3} + 2\pi > 0$ für alle $r > 0 \Rightarrow$ Minimum für $r \approx 6{,}828$

$h = \frac{1000}{r^2 \cdot \pi} = \frac{1000}{6{,}827^2 \cdot \pi} \approx \cancel{46{,}63 \text{ dm}}\ 6{,}828$ dm

$h = r = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}} \approx 6{,}828$ dm