S 68 Nr. 12 $\quad f(x) = 3x e^{-2x}$; $\quad P(1 | f(1))$

$$f'(x) = 3 \cdot e^{-2x} + 3x \cdot e^{-2x} \cdot (-2) = \frac{3}{e^{2x}} - \frac{6x}{e^{2x}} = \frac{-6x+3}{e^{2x}}$$

$$f'(1) = \frac{-6 \cdot 1 + 3}{e^{2 \cdot 1}} = \frac{-3}{e^2} \; ; \quad f(1) = \frac{3 \cdot 1}{e^{2 \cdot 1}} = \frac{3}{e^2}$$

$$t(x) = f'(1)(x-1) + f(1) = -\frac{3}{e^2}(x-1) + \frac{3}{e^2} = -\frac{3}{e^2}x + \frac{3}{e^2} + \frac{3}{e^2}$$

$$\underline{\underline{t(x) = -\frac{3}{e^2}x + \frac{6}{e^2}}}$$ Tangente im Punkt $P(1 | f(1))$

$$n(x) = -\frac{1}{f'(1)}(x-1) + f(1) = \frac{e^2}{3}(x-1) + \frac{3}{e^2} = \frac{e^2}{3}x - \frac{e^2}{3} + \frac{3}{e^2}$$

Normale im Punkt $P(1 | f(1))$

S 68 Nr. 13 a) Gerade durch Ursprung soll Tangente werden

$\Rightarrow$ von der Tangentengleichung ist $t(x) = 0$ und $x = 0$ gegeben

Gesucht ist der Berührpunkt $B(x_0 | f(x_0)) = B(u | v)$ $\quad v = f(u)$

$f(x) = e^x$; $f'(x) = e^x$

$$t(x) = f'(u)(x-u) + f(u) \Rightarrow 0 = e^u(0-u) + e^u = -u \cdot e^u + e^u$$

$$0 = \underbrace{e^u}_{\neq 0}(-u+1) \Rightarrow u = 1$$

$$f(u) = f(1) = e^1 = e$$

$$\underline{t(x)} = f'(1)(x-1) + f(1) = e^1(x-1) + e^1 = ex - e^1 + e^1 = \underline{\underline{ex}}$$

b) $P(1 | 1)$ ist Punkt auf der Tangente aber kein Berührpunkt

$\Rightarrow t(1) = 1 \quad \Rightarrow x = 1$

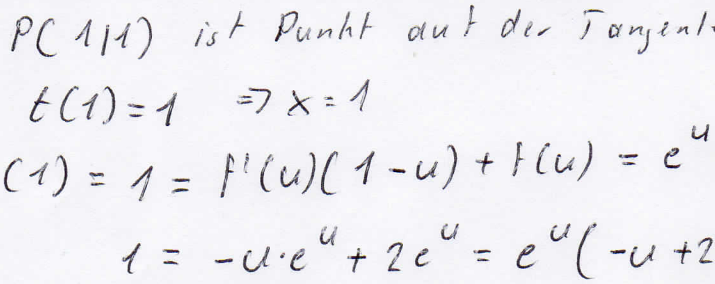
$$t(1) = 1 = f'(u)(1-u) + f(u) = e^u(1-u) + e^u = e^u - u \cdot e^u + e^u$$

$$1 = -u \cdot e^u + 2e^u = e^u(-u+2)$$ mit GTR $\underline{\underline{u_1 = -1{,}146}}$

$\underline{\underline{u_2 = 1{,}841}}$

$\underline{t_1(x) = 0{,}318x + 0{,}682}$ $\qquad \underline{t_2(x) = 6{,}303x - 5{,}3}$

c)



$P(u | v)$ $\quad v > f(u)$ ↯ keine Tan.

$P(u | v)$ $\quad 0 < v < f(u)$ zwei Tan.

$P(u | v)$ $\quad v < 0$ oder $f(u)$ eine Tan.