S 71 Nr. 10

a) $v(t) = 2{,}5(1-e^{-0{,}1\cdot t})$ $\qquad v(t)$ in $\frac{m}{s}$

$v(0) = 2{,}5(1-e^{-0{,}1\cdot 0}) = 2{,}5(1-1) = \underline{\underline{0\ \frac{m}{s}}}$

Sinkgeschwindigkeit zum Zeitpunkt 0

$\underline{\underline{v(10)}} = 2{,}5(1-e^{-0{,}1\cdot 10}) = 2{,}5(1-e^{-1}) \approx \underline{\underline{1{,}58\ \frac{m}{s}}}$

---

c) $v(t) = 2\ \frac{m}{s} \Rightarrow 2{,}5(1-e^{-0{,}1t}) = 2 \quad | : 2{,}5$

$1-e^{-0{,}1t} = \frac{2}{2{,}5} \quad | +e^{-0{,}1t} - \frac{2}{2{,}5}$

$e^{-0{,}1t} = 1-\frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad | \ln$

$-0{,}1t = \ln\left(\frac{1}{5}\right) \quad | \cdot \frac{-1}{0{,}1}$

$\underline{\underline{t}} = -10\cdot\ln\left(\frac{1}{5}\right) \approx \underline{\underline{16{,}094\ s}}$

Nach $\approx 16{,}1$ s hat der Stein ein Sinkgeschwindigkeit von $2\ \frac{m}{s}$

---

d) $v(t) = 2{,}5\cdot(1-e^{-0{,}1\cdot t}) = 2{,}5 - 2{,}5\cdot e^{-0{,}1\cdot t}$

$\underline{\underline{\lim\limits_{t\to\infty} v(t)}} = \lim\limits_{t\to\infty} 2{,}5 - \lim\limits_{t\to\infty} 2{,}5\cdot e^{-0{,}1\cdot t} = 2{,}5 - 0 = \underline{\underline{2{,}5\ \frac{m}{s}}}$

Die Endgeschwindigkeit beträgt $2{,}5\ \frac{m}{s}$

---

e) Wenn Ableitungsfunktion $> 0 \Rightarrow$ Funktion steigt streng monoton

$\cancel{v'(t)=}\ v(t) = 2{,}5(1-e^{-0{,}1t}) = 2{,}5 - 2{,}5\cdot e^{-0{,}1t}$

$v'(t) = -2{,}5\cdot e^{-0{,}1t}\cdot(-0{,}1) = \underbrace{+0{,}25}_{>0}\cdot\underbrace{e^{-0{,}1t}}_{>0} \Rightarrow \underline{\underline{v'(t) > 0}}$

$\Rightarrow v(t)$ ist streng monoton wachsend

---

f.) $v(5) - v(2) = 2{,}5(1-e^{-0{,}1\cdot 5}) - 2{,}5(1-e^{-0{,}1\cdot 2})$

$v(5) - v(2) = \cancel{2{,}5} - 2{,}5\cdot e^{-0{,}5} - \cancel{2{,}5} + 2{,}5\cdot e^{-0{,}2} = \underline{\underline{2{,}5(e^{-0{,}2} - e^{-0{,}5})}}$

$\underline{\underline{v(5) - v(2) = 0{,}531\ \frac{m}{s}}}$ Die Geschwindigkeit nimmt um $0{,}531\ \frac{m}{s}$ zu