S 75 Nr. 13

a) Verkaufspreis $\hat{=}\ x$

Anzahl verkaufter Packungen $\dfrac{16 \cdot 10^{13}}{x^4}$

Kosten $\hat{=}\ b$ pro Packung

$$\text{Gewinn} = (x-b) \cdot \frac{16 \cdot 10^{13}}{x^4} = f_b(x)$$

---

b) Tabelle und Schaubild mit GTR

$$f_{100}(x) = (x-100) \cdot \frac{16 \cdot 10^{13}}{x^4}$$

---

c) $f_{100}(x) > 0 \Rightarrow$ dann Gewinn

$$(x-100) \cdot \frac{16 \cdot 10^{13}}{x^4} > 0 \quad \Big| \cdot x^4$$

$$(x-100) \cdot 16 \cdot 10^{13} > 0 \Rightarrow x > 100$$

Verkaufspreis $> 100$ct wird Gewinn gemacht.

---

d) $f'_{100}(x) = 0 \ \wedge\ f''_{100}(x_E) < 0$ Maximaler Gewinn

Mit GTR $\Rightarrow x = 133{,}\bar{3}$ct $\quad f_{100}(133{,}33) \approx 1{,}69 \cdot 10^7$

---

e) $f_b(x) = (x-b) \cdot 16 \cdot 10^{13} \cdot x^{-4}$

$$f_b'(x) = \frac{16 \cdot 10^{13}}{x^4} + \frac{(x-b) \cdot 16 \cdot 10^{13} \cdot (-4)}{x^5}$$

$$f_b'(x) = \frac{16 \cdot 10^{13} \cdot x - 4x + 4b \cdot 16 \cdot 10^{13}}{x^5} = \frac{16 \cdot 10^{13} \cdot (x - 4x + 4b)}{x^5}$$

$$f_b'(x) = 0 \Rightarrow (x - 4x + 4b) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_E}} = \frac{4b}{3} = \underline{\underline{1{,}33b}}$$

Der Maximale Gewinn wird erzielt wenn der Verkaufspreis <u>33% größer</u> als die Herstellungskosten ist.

---

f) Wenn $b^* = 0{,}8 \cdot b \Rightarrow x_E^* = 0{,}8 \cdot x_E$

$$f_{0{,}8 \cdot b}(0{,}8 \cdot x_E) = \frac{0{,}8 \cdot (1{,}33b - b) \cdot 16 \cdot 10^{13}}{(0{,}8 \cdot 1{,}33 \cdot b)^4} = \frac{1}{0{,}8^3} \cdot \frac{(1{,}33b - b) \cdot 16 \cdot 10^3}{(1{,}33 \cdot b)^4}$$

$$\approx 1{,}95 \cdot f_b(x_E) \Rightarrow \text{Gewinn wird } 95\% \text{ größer}$$