S 75 Nr. 14

c) Der Parameter muss an der Stelle ermittelt werden, an der die Funktion minimal ist.

$$f_c'(x) = \frac{3(1+c)}{1500^2}x^2 - c = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{c\cdot 1500^2}{3\cdot(1+c)}$$

$$\Rightarrow x_E = 1500\cdot\sqrt{\frac{c}{3(1+c)}} \; ; \text{ für } c > 0$$

An der Stelle x_E befindet sich das Minimum.

Damit das Seil auf 400 m durchhängt muss folgende Gleichung gelöst werden

$$f_c(x_E) = 400 \Rightarrow f_c\left(1500\cdot\sqrt{\frac{c}{3(1+c)}}\right) = 400$$

$$\frac{1+c}{1500^2}\cdot\left(1500\cdot\sqrt{\frac{c}{3(1+c)}}\right)^3 - c\cdot\left(1500\cdot\sqrt{\frac{c}{3(1+c)}}\right) + 500 = 400$$

Mit GTR $\underline{c \approx 0,3428}$

d) Durchhang $\hat{=}\; d_c(x)$

$$d_c(x) = f_{-1}(x) - f_c(x) = x + \cancel{500} - \left\{\frac{1+c}{1500^2}\cdot x^3 - cx + \cancel{500}\right\}$$

$$d_c(x) = -\frac{1+c}{1500^2}x^3 + (1+c)\cdot x$$ für maximalen Durchhang $\Rightarrow d_c'(x) = 0$

$$d_c'(x) = -\frac{3(1+c)}{1500^2}x^2 + (1+c) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{\cancel{(1+c)}\cdot 1500^2}{3\cancel{(1+c)}} = \frac{1500^2}{3}$$

$$\underline{\underline{x_{dmax} = \frac{1500}{\sqrt{3}}}}$$

· Durchhang maximal 40 m

$$\Rightarrow d_c(x_{dmax}) = d_c\left(\frac{1500}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{1+c}{1500^2}\cdot\left(\frac{1500}{\sqrt{3}}\right)^3 + (1+c)\cdot\frac{1500}{\sqrt{3}} = 40$$

$$-\frac{1+c}{(\sqrt{3})^3}\cdot 1500 + \frac{1+c}{\sqrt{3}}\cdot 1500 = 40 = -\frac{(1+c)}{3\cdot\sqrt{3}}\cdot 1500 + \frac{3(1+c)}{3\sqrt{3}}\cdot 1500$$

$$\frac{1500}{3\cdot\sqrt{3}}\cdot(-1-c+3+3c) = 40 \Rightarrow 2c+2 = \frac{40\cdot 3\cdot\sqrt{3}}{1500} \Rightarrow c = \frac{20\cdot 3\cdot\sqrt{3}}{1500} - 1$$

$$\underline{\underline{c \approx -0,9307}}$$