Wiederholungsaufgabe zur Geometrie 16.12.11

Aufgabe 4.)

a) $E: 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 8$ $F: 3x_1 + x_2 - 4x_3 = -5$

Bestimme einen Punkt $M$ der in der Mitte der beiden Ebenen liegt. Bestimme dazu einen beliebigen Punkt $P \in E$ und einen beliebigen Punkt $Q \in F$ und berechne die Mittelpunkt der Strecke $\overline{PQ}$.

Bestimme $P(0|0|p_3)$ $3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 4 \cdot p_3 = 8 \Rightarrow p_3 = -2$

$P(0|0|-2)$

Bestimme $Q(0|0|q_3)$ $3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 4 \cdot q_3 = -5 \Rightarrow q_3 = \frac{5}{4}$

$Q(0|0|\frac{5}{4})$

$$\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{OP} + \vec{OQ}) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}\right] = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{8} \end{pmatrix}$$

Symmetrieebene: $3x_1 + x_2 - 4x_3 = b$ ; $M$ eingesetzt

$$\Rightarrow 3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{3}{2} = b$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{3x_1 + x_2 - 4x_3 = \frac{3}{2}}}$$

---

b) Hesse Form von $E$: $\frac{3x_1 + x_2 - 4x_3 - 8}{\sqrt{26}} = 0$

$$\underline{\underline{d(E;F)}} = d(E;Q) = \left| \frac{3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right) - 8}{\sqrt{26}} \right| = \frac{13}{\sqrt{26}} \approx \underline{\underline{2{,}5495}}$$