Nr. 8) a) $S(t) > 0$ für alle $t \geq 0$ $\Rightarrow$ Die Quelle liefert immer Wasser. Die Schüttung wird aber immer geringer und geht für $t \to \infty$ gegen 0.

b) $S(t) < 1 \frac{l}{\text{Tag}} \Rightarrow \frac{50000}{(t+1)^3} < 1 \quad \Big| \cdot (t+1)^3$ $\qquad 50\,m^3 = 50000\,l$

$50000 < (t+1)^3 \quad \Big| \sqrt[3]{} \Rightarrow \sqrt[3]{50000} < t+1 \quad \Big| -1$

$t > \sqrt[3]{50000} - 1 \approx \underline{\underline{35{,}84 \text{ Tage}}}$

Nach $\approx$ 36 Tagen spendet die Quelle weniger als $1 \frac{l}{\text{Tag}}$

c) $V \mathrel{\hat{=}}$ Gesamtvolumen

$$V(t) = \int_0^t \frac{50}{(x+1)^3}\,dx = \int_0^t 50 \cdot (x+1)^{-3}\,dx$$

$$V(t) = \left[50 \cdot \frac{(x+1)^{-2}}{-2}\right]_0^t = \left[-25 \cdot \frac{1}{(x+1)^2}\right]_0^t$$

$$V(t) = -\frac{25}{(t+1)^2} - \left\{-\frac{25}{(0+1)^2}\right\} = -\frac{25}{(t+1)^2} + \frac{25}{1}$$

$$\lim_{t \to \infty} \Big(\underbrace{-\frac{25}{(t+1)^2}}_{\to 0} + \frac{25}{1} \Big) = \underline{\underline{25}} \Rightarrow V_{Ges} = \int_0^\infty S(t)\,dt = 25$$

Langfristig liefert die Quelle $25\,m^3$ Wasser.

O. Fell