Nr. 3) a) $f(x) = e^{2x} - 2e^{x} - 12x$

Extrema $f'(x) = e^{2x} \cdot 2 - 2 \cdot e^{x} - 12 = 0$ notw. Bed

Sub: $e^{x} = u \Rightarrow 2u^2 - 2u - 12 = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2}$

$u_1 = 3 \lor u_2 = -2$

Rück. Sub: $e^{x} = 3 \mid \ln \Rightarrow x_1 = \ln(3)$

$e^{x} = -2$ ↯

hinr. Bed $f''(x) = 4 \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^{x}$

$f''(\ln(3)) = 4 \cdot e^{2\ln(3)} - 2 \cdot e^{\ln(3)} = 4 \cdot 9 - 2 \cdot 3 > 0$

$\Rightarrow$ Minimum an der Stelle $x_1 = \ln(3)$

---

b) $f(x) = x \cdot e^{x}$; $f'(x) = 1 \cdot e^{x} + x \cdot e^{x}$; $f''(x) = e^{x} + 1 \cdot e^{x} + x \cdot e^{x}$

$f''(x) = 2e^{x} + x \cdot e^{x}$

Extrema notw. Bed $f'(x) = e^{x} + x \cdot e^{x} = 0 = \underbrace{e^{x}}_{>0}(1 + x) \Rightarrow x_1 = -1$

hinr. Bed: $f''(-1) = 2 \cdot e^{-1} + (-1) \cdot e^{-1} = \frac{2}{e} - \frac{1}{e} = \frac{1}{e} > 0$

$\Rightarrow$ Minimum an der Stelle $x_1 = -1$

---

c) $f(x) = \frac{x}{e^{x}}$; $f'(x) = \frac{1 \cdot e^{x} - x \cdot e^{x}}{e^{2x}} = \frac{1}{e^{x}} - \frac{x}{e^{x}}$

$f'(x) = 0 = \underbrace{e^{x}}_{>0}\underbrace{(1 - x)}_{\text{Fallende Gerade}} \Rightarrow x_1 = 1$ notw. Bed

hinr. Bed

An der Stelle $x_1 = 1$ VZW von $f'(x)$ von + nach – $\Rightarrow$ Maximum

---

d) $f(x) = 2 + x \cdot e^{2x}$; $f'(x) = 1 \cdot e^{2x} + x \cdot e^{2x} \cdot 2 = \underbrace{e^{2x}}_{>0} \cdot \underbrace{(1 + 2x)}_{\text{steigende Gerade}} = 0$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$ An der Stelle $-\frac{1}{2}$ VZW von $f'(x)$ von – nach + $\Rightarrow$ Minimum an der Stelle $x_1 = -\frac{1}{2}$

---

e) $f(x) = 5x \cdot e^{x} - 5$; $f'(x) = 5 \cdot e^{x} + 5x \cdot e^{x} = \underbrace{5e^{x}}_{>0}\underbrace{(1 + x)}_{\text{steigende Gerade}} = 0$

$\Rightarrow x_1 = -1$; $\left.\begin{array}{l} 1 + x < 0 \text{ für } x < -1 \\ 1 + x > 0 \text{ für } -1 < x \end{array}\right\} \Rightarrow$ VZW von – nach + von $f'(x)$

an der Stelle $x_1 = -1 \Rightarrow$ Minimum

O. Fell