LS-Kursstufe Seite 121

Nr. 3) f) $f(x)=\frac{e^{x^2}}{x}$; $f'(x)=\frac{e^{x^2}\cdot 2x\cdot x-e^{x^2}\cdot 1}{x^2}=\frac{2x^2\cdot e^{x^2}-e^{x^2}}{x^2}=0$

$\Rightarrow \underbrace{e^{x^2}}_{>0}\cdot(2x^2-1)=0 \Rightarrow 2x^2-1=0 \mid +1 \Leftrightarrow 2x^2=1 \Rightarrow \underline{\underline{x_{1,2}=\pm\sqrt{\tfrac{1}{2}}}}$

hinr. Bed: $2x^2-1>0$ für $x<-\sqrt{\tfrac{1}{2}}$
$2x^2-1<0$ für $-\sqrt{\tfrac{1}{2}}<x<\sqrt{\tfrac{1}{2}}$
$2x^2-1>0$ für $\sqrt{\tfrac{1}{2}}<x$

VZW von $f'(x)$ von + nach − $\Rightarrow$ Maximumstelle $-\sqrt{\tfrac{1}{2}}$
VZW von $f'(x)$ von − nach + $\Rightarrow$ Minimumstelle $+\sqrt{\tfrac{1}{2}}$

---

g) $f(x)=e^x\cdot(x^2-3)$; $f'(x)=e^x\cdot(x^2-3)+e^x\cdot 2x$

$f'(x)=\underbrace{e^x}_{>0}\underbrace{(x^2+2x-3)}_{\text{Parabel nach oben geöffnet}}=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}$

$\underline{\underline{x_1}}=\frac{-2+4}{2}=\underline{\underline{1}}$ $\vee$ $\underline{x_2}=\frac{-2-4}{2}=\underline{\underline{-3}}$

$f'(x)>0$ für $x<-3$ $\Rightarrow$ -3 Maximumstelle
$f'(x)<0$ für $-3<x<1$ $\Rightarrow$ 1 Minimumstelle
$f'(x)>0$ für $1<x$

---

h) $f(x)=\frac{x^2-x}{x+1}$; $f'(x)=\frac{(2x-1)\cdot(x+1)-(x^2-x)\cdot 1}{(x+1)^2}=0$

$\Rightarrow 2x^2+2x-x-1-x^2+x=x^2+2x-1=0. \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-1)}}{2}$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}=\frac{-2\pm 2\cdot\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{x_1=-1-\sqrt{2}}}$ $\vee$ $\underline{\underline{x_2=-1+\sqrt{2}}}$

Nenner von $f'(x)>0$; Zähler von $f'(x)$ $\hat{=}$ Parabel nach oben offen

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{x_1=-1-\sqrt{2}\text{ ist Maximumstelle}}}$; $\underline{\underline{x_2=-1+\sqrt{2}\text{ ist Minimumstelle}}}$

---

i) $f(x)=\frac{e^x+x}{e^x}=1+\frac{x}{e^x}$; $f'(x)=\frac{1\cdot e^x-x\cdot e^x}{(e^x)^2}=\frac{e^x\cdot(1-x)}{(e^x)^2}=\frac{1-x}{\underbrace{e^x}_{>0}}=0$

$\underline{\underline{x_1=1}}$; $f'(x)>0$ für $x<1$ $\Rightarrow$ Maximum an der Stelle $x_1=1$
$f'(x)<0$ für $1<x$

O. Fell