LS-Kursstufe S 125

Nr. 3) $f_1(x) = \frac{1}{1-x}$ ⇒ keine Nullstelle ; Pol mit VZW an der Stelle 1 ⇒ Graph B

$f_2(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ⇒ keine Nullstelle ; keine Polstelle ⇒ Graph A

$f_3(x) = \frac{x-1}{x}$ ⇒ $x_1 = 1$ Nullstelle ; $x=0$ senkr. Asymptote Polstelle mit VZW ⇒ Graph C

$f_4(x) = \frac{x}{1+x}$ ⇒ $x_1 = 0$ Nullstelle ; $x = -1$ senkr. Asymptote Pol mit VZW ⇒ Graph E

$f_5(x) = \frac{x}{x-1}$ ⇒ $x_1 = 0$ Nullstelle ; $x = +1$ senkr. Asymptote Pol mit VZW ⇒ Graph F

$f_6(x) = \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$ ⇒ keine Nullstelle

Senkrechte Asymtoten $x=-2$; $x=+2$ Pole mit VZW ⇒ Graph D

Nr. 5) a) $f(x) = \frac{1+3x}{(x-4)\cdot(x+2)}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 4\}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für } x \to -2 \text{ und } x < -2 \text{ gilt } f(x) \to -\infty \\ \text{Für } x \to -2 \text{ und } -2 < x \text{ gilt } f(x) \to +\infty \end{array}\right\} \text{s.A } \underline{\underline{x=-2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für } x \to +4 \text{ und } x < 4 \text{ gilt } f(x) \to -\infty \\ \text{Für } x \to +4 \text{ und } 4 < x \text{ gilt } f(x) \to +\infty \end{array}\right\} \text{s.A } \underline{\underline{x=4}}$$

b) $f(x) = \frac{2x+2}{(x+3)\cdot(x+1)} = \frac{2\cancel{(x+1)}}{(x+3)\cancel{(x+1)}} = \frac{2}{x+3}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für } x \to -3 \text{ und } x < -3 \text{ gilt } f(x) \to -\infty \\ \text{Für } x \to -3 \text{ und } -3 < x \text{ gilt } f(x) \to +\infty \end{array}\right\} \text{senkr. Asymp. } \underline{\underline{x=-3}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für } x \to -1 \text{ und } x < -1 \text{ gilt } f(x) \to 1 \\ \text{Für } x \to -1 \text{ und } -1 < x \text{ gilt } f(x) \to 1 \end{array}\right\} \underline{\underline{\lim_{x \to -1} (f(x)) = 1}}$$

⇒ keine senkr. Asymptote, sondern eine hebbare Definitionslücke an der Stelle -1

Nr. 5) c) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x} = \frac{2}{x(x-5)}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 5\}$

Für $x \to 0$ und $x < 0$ gilt $f(x) \to +\infty$
Für $x \to 0$ und $0 < x$ gilt $f(x) \to -\infty$ } senkr. Asymp. $\underline{\underline{x = 0}}$
Für $x \to 5$ und $x < 5$ gilt $f(x) \to -\infty$
Für $x \to 5$ und $5 < x$ gilt $f(x) \to +\infty$ } senkr. Asymp. $\underline{\underline{x = 5}}$

d) $f(x) = \frac{e^x}{x + x^2} = \frac{e^x}{x(1+x)}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

Für $x \to -1$ und $x < -1$ gilt $f(x) \to +\infty$
Für $x \to -1$ und $-1 < x$ gilt $f(x) \to -\infty$ } $\Rightarrow$ senkr. Asymp. $\underline{\underline{x = -1}}$
Für $x \to 0$ und $x < 0$ gilt $f(x) \to -\infty$
Für $x \to 0$ und $0 < x$ gilt $f(x) \to +\infty$ } $\Rightarrow$ senkr. Asymp. $\underline{\underline{x = 0}}$

e) $f(x) = \frac{e - x}{e^x - x \cdot e^x} = \frac{e - x}{\underbrace{e^x}_{>0} \cdot (1 - x)}$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Für $x \to 1$ und $x < 1$ gilt $f(x) \to +\infty$
Für $x \to 1$ und $1 < x$ gilt $f(x) \to -\infty$ } $\Rightarrow$ senkr. Asymp. $\underline{\underline{x = 1}}$

f) $f(x) = \frac{x+3}{(x^2 - 9)} = \frac{x+3}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{1}{x-3}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; +3\}$

Für $x \to +3$ und $x < +3$ gilt $f(x) \to -\infty$
Für $x \to +3$ und $+3 < x$ gilt $f(x) \to +\infty$ } $\Rightarrow$ senkr. Asymp. $x = 3$
Für $x \to -3$ und $x < -3$ gilt $f(x) \to -\frac{1}{6}$
Für $x \to -3$ und $-3 < x$ gilt $f(x) \to -\frac{1}{6}$ } $\Rightarrow \lim\limits_{x \to -3} (f(x)) = -\frac{1}{6}$

$\Rightarrow$ hebbare Defininitionslücke an der Stelle -3

O. Fell