LS-Kursstufe S 125

Nr. 6) a) $f_1(x) = \frac{1}{x-4}$; $f_2(x) = \frac{x}{x-4}$

b) $f_1(x) = \frac{2}{x+2,5}$; $f_2(x) = \frac{5}{(x+2,5)^2}$

c) $f_1(x) = \frac{2}{(x+6)\cdot(x-6)}$; $f_2(x) = \frac{5x}{(x+6)(x-6)^2}$

d) $f_1(x) = \frac{2}{(x-2)\cdot(x-5)}$; $f_2(x) = \frac{x+3}{(x-2)^2\cdot(x-5)^2}$

Nr. 7) a) $f(x) = \frac{x-8}{x-9}$; b) $f(x) = \frac{x-e^2}{(x+1)^2}$

c) $f(x) = \frac{x-e}{(x-\frac{1}{e})^2} = \frac{x-e}{\left(\frac{ex-1}{e}\right)^2} = \frac{e^2(x-e)}{(ex-1)^2}$

Nr. 9)
a) $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x)\cdot v(x) - u(x)\cdot v'(x)}{(v(x))^2}$

Für $v(x_1)=0$ und $u(x_1) \neq 0 \Rightarrow$ Polstelle an der Stelle x_1 und senkr. Asymptote $x = x_1$ von $f(x)$

$f'(x_1) = \frac{u'(x_1)\cdot v(x_1) - u(x_1)\cdot v'(x_1)}{(v(x_1))^2} = \frac{0 - u(x_1)\cdot v'(x_1)}{(v(x_1))^2}$

Ist $v'(x_1) \neq 0 \Rightarrow$ Nenner ist 0, Zähler $\neq 0 \Rightarrow$ Polstelle an der Stelle $x_1 \Rightarrow$ senkr. Asymptote $x = x_1$.
Ist $v'(x)$ ebenfalls 0, so hat diese Nullstelle einen niedrigeren Grad als $v(x) \Rightarrow$ Polstelle $\rightarrow$ senkr. Asymptote $x = x_1$
$\Rightarrow$ Aussage ist wahr.

---

b) Aussage ist falsch: Gegenbeispiel $f(x) = \frac{1}{x}$ hat eine Polstelle für $x_1 = 0$.

$g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$ hat keine Polstelle.

O. Fell