LS-Kursstufe Seite 132

Nr. 2) $f(x) = (e^{-x} + x) \cdot e^x = \left(\frac{1}{e^x} + x\right) \cdot e^x = 1 + x \cdot e^x$

$f(x) \to 1$ für $x \to -\infty$; $f(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$

$\Rightarrow$ waagr. Asymptote $y = 1$; keine senkr. Asymptote

$f(0) = 1 \Rightarrow$ f wird Schaubild C zugeordnet.

Nr. 3) A Nullstellen $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $x_3 = 2$

a) keine waagr. Asymptoten und keine senkr. Asymptote symmetrisch zum Ursprung. Wendepunkt $W(0|0)$

$\Rightarrow A \to g(x) = x^3 - 4x$.

b) Nachweis: $g(x) = 0 = x(x^2 - 4) = x \cdot (x-2) \cdot (x+2)$

Nullstellen $x_1 = -2$; $x_2 = 0$; $x_3 = 2$

Nur ungerade Exponeten $\Rightarrow$ symmetrisch zum Ursprung

$g(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$ und $g(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$

$g'(x) = 3x^2 - 4$; $g''(x) = 6x$; $g'''(x) = 6$

$g''(x) = 0 \Rightarrow x_4 = x_2 = 0$ notw. Bed Wendepunkt

hinreichend $g'''(0) = 6 \neq 0$

B waagr. Asymptote $y = 0$; keine senkr. Asymptote streng monoton fallend; $P(0|1)$

$\Rightarrow B \to f(x) = 2^{-x}$

Nachweis: $f(x) \to 0$ für $x \to +\infty$; $f'(x) = -\ln(2) \cdot 2^{-x} < 0$ für alle $x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ f ist streng monoton fallend. $f(0) = 1 \Rightarrow P(0|1)$

C senkr. Asymptoten $x = -2$; $x = +2$; waagr. Asymptote $y = 0$

keine Nullstelle ; lokales Maximum für $x = 0$

$\Rightarrow C \to h(x) = \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$

Nachweis: Nenner wird 0 für $x_1 = -2$; $x_2 = +2$ Pol mit VZW

$h(x) \to 0$ für $|x| \to \infty$.

D Keine Nullstelle ; Keine Polstelle ; waagr. Asymptote $y = 0$

$\Rightarrow D \to k(x) = \frac{10}{x^2 + 1}$; Nenner > 0 für alle $x \in \mathbb{R}$; Zähler > 0.

$k(x) \to 0$ für $|x| \to \infty \Rightarrow$ waagr. Asymptote $y = 0$

O. Fell