Nr. 5) Schaubild B hat einen Hochpunkt an der Stelle $x_1 = 1$. Schaubild A hat eine Nullstelle an der Stelle $x_1 = 1$ mit VZW $\Rightarrow$ notw. und hinreichende Beding für Maximum erfüllt. Schaubild A hat ein Minimum an der Stelle $x_2 = 2$. Schaubild C hat eine Nullstelle an der $x_2 = 2$ mit VZW. $\Rightarrow$ notwendige und hinreichende Bedingung Wendestelle erfüllt. $\Rightarrow$ B ist Schaubild von F. A ist Schaubild von $f = F'$ und Schaubild C wird $F'' = f'$ zugeordnet

---

Nr. 6) a) $f(x) = -(x+3)\cdot(x-1)\cdot(x-4)$

b) $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x^2+1}$ oder $f(x) = \dfrac{3x^2}{x^2+1}$

Nr. 7) $f(x) = \dfrac{4x^2}{x^2-4x} = \dfrac{4x^2}{x(x-4)} = \dfrac{4x}{x-4}$ $\quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$

a) Hebbare Definitionslücke $x_1 = 0$. Pol mit VZW $x_2 = 4$ senkr. Asymptote $x = 4$. Waagr. Asymptote $y = 4$

$g(x) = 10x \cdot e^{-x^2} = \dfrac{10x}{e^{x^2}}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

Nullstelle $x_1 = 0$; $g(x) \to 0$ für $|x| \to \infty \Rightarrow$ waagr. Asymp. $y = 0$
keine senkr. Asymptote

$h(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$; $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

keine Nullstelle ; Pol mit VZW $x_1 = 1 \Rightarrow$ senkr. Asymp. $x = 1$
$h(x) \to 0$ für $x \to -\infty$ $\Rightarrow$ waagr. Asymp. $y = 0$
$h(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$

---

b) $\underline{\underline{g(-x)}} = 10\cdot(-x)\cdot e^{-(-x)^2} = -10x \cdot e^{-x^2} = \underline{\underline{-1 \cdot g(x)}}$
$\Rightarrow$ g ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

c) $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

$h'(x) = \frac{e^x \cdot (x-1) - e^x \cdot 1}{(x-1)^2}$ Quotientenregel

$h'(x) = \frac{e^x \cdot (x-1-1)}{(x-1)^2} = \frac{e^x \cdot (x-2)}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 2}$

nur eine Nullstelle

Untersuchung auf VZW von $h'(x)$ an der Stelle $x_1 = 2$

für $x < 2$ ist $e^x > 0 \wedge (x-2) < 0 \wedge (x-1)^2 > 0$

$\Rightarrow h'(x) < 0$

für $2 < x$ ist $e^x > 0 \wedge (x-2) > 0 \wedge (x-1)^2 > 0$

$\Rightarrow h'(x) > 0 \Rightarrow$ VZW von $h'(x)$ von $-$ nach $+$.

$\Rightarrow$ An der Stelle $x_1 = 2$ ist ein Tiefpunkt

$\underline{\underline{T(2 \mid e^2)}}$.

---

d) $g(x) = 10x \cdot e^{-x^2}$

$g'(x) = 10 \cdot e^{-x^2} + 10x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x) = \underbrace{e^{-x^2}}_{>0} \cdot (10 - 20x^2)$

$g'(x) = 0 \Rightarrow 10 - 20x^2 = 0 \Rightarrow 20x^2 = 10 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\underline{\underline{x_1 = -\sqrt{\tfrac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}}} \vee \underline{\underline{x_2 = +\frac{1}{\sqrt{2}}}}$

hinreichende Bedingung VZW von g'

$g'(x) < 0$ für $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$g'(x) > 0$ für $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < +\frac{1}{\sqrt{2}}$

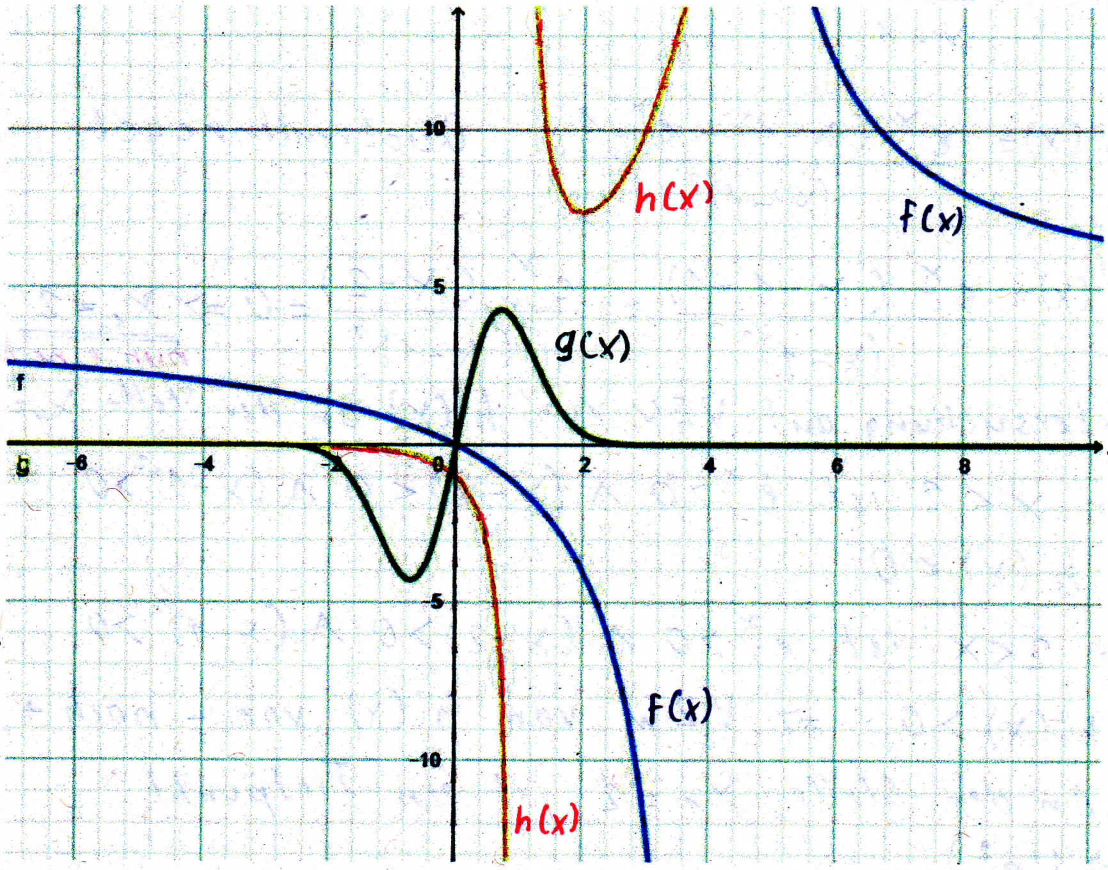
$g'(x) < 0$ für $\frac{1}{\sqrt{2}} < x$

$\Rightarrow$ VZW von $-$ nach $+$ $\Rightarrow$ Minimum

$\Rightarrow$ VZW von $+$ nach $-$ $\Rightarrow$ Maximum

$\Rightarrow$ An der Stelle $x_2 = +\frac{1}{\sqrt{2}}$ hat die Funktion ein Maximum

O. Fell



h(x)
f(x)
g(x)
f(x)
h(x)
f
g
10
5
-5
-10
-8
-4
-2
0
2
4
6
8