Nr. 2) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Punktsymmetrisch $\Rightarrow$ $f(x) = ax^3 + cx$; $f'(x) = 3ax^2 + c$

$T(1 \mid f(1))$ $\Rightarrow$ $f'(1) = 3a \cdot 1^2 + c = 0$

$A(2 \mid 2)$ $\Rightarrow$ $f(2) = a \cdot 2^3 + c \cdot 2 = 2$

$$\begin{array}{rl|l} 3a + c &= 0 & \cdot 2 \\ 8a + 2c &= 2 & \cdot(-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 3a + c &= 0 \Rightarrow \underline{\underline{c = -3\cdot(+1) = -3}} \\ -2a &= -2 \Rightarrow \underline{\underline{a = +1}} \end{array}$$

$\underline{\underline{f(x) = +1 \cdot x^3 - 3x}}$ $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f''(x) = 6x$

$\underline{f''(1) = 6 \cdot 1 > 0 \Rightarrow \text{An der Stelle 1 ist ein Tiefpunkt}}$

Nr. 3) a) $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f'(x) = 2ax + b$; $f''(x) = 2a$

$A(0 \mid 0)$ $f(0) = c = 0$

$B(2 \mid 4)$ $f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 0 = 4$

$4a + 2b = 4$ wähle für $b = k$

$\Rightarrow$ $4a = 4 - 2b = 4 - 2k \mid :4$

$a = 1 - \frac{1}{2}k$

$\underline{\underline{f_k(x) = (1 - \frac{1}{2}k)x^2 + k \cdot x = x^2 - \frac{1}{2}k \cdot x^2 + k \cdot x}}$

Wenn für $a = k$ gewählt wird

$\Rightarrow$ $4a + 2b = 4 \Rightarrow 2b = 4 - 4a \mid :2 \Rightarrow b = 2 - 2a$

$b = 2 - 2k$

$\underline{\underline{f_k(x) = kx^2 + (2 - 2k)x}}$

Nr. 3 b) $f(x) = ax^2 + bx + c$; $f'(x) = 2ax + b$; $f''(x) = 2a$

A(2|0) $f(2) = 4a + 2b + c = 0 \quad | \cdot 1$

B(-2|0) $f(-2) = 4a - 2b + c = 0 \quad | \cdot 1$

$4a + 2b + c = 0$

$8a \qquad + 2c = 0 \Rightarrow 8a = -2c$

wähle für $\underline{\underline{c = k}} \Rightarrow 8a = -2k \,|:8 \Rightarrow \underline{\underline{a = -\frac{1}{4}k}}$

$4a + 2b + c = 0 \Rightarrow 4 \cdot (-\frac{1}{4}k) + 2b + k = 0 \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b = 0}}$

$\underline{\underline{f_k(x) = -\frac{1}{4}kx^2 + k}}$

Wenn für $\underline{\underline{a = k}}$ gewählt wird

$2c = 0 - 8a \,|:2 \Rightarrow \underline{\underline{c}} = -4a = \underline{\underline{-4k}}$

$4 \cdot k + 2b - 4k = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b = 0}}$

$\underline{\underline{f_k(x) = k \cdot x^2 - 4k}}$

Oder: Eine Funktion 2. Grades ist durch 2 Nullstellen bis auf einen Faktor eindeutig bestimmt.

$\Rightarrow \underline{\underline{f_k(x)}} = k \cdot (x-2) \cdot (x+2) = k \cdot (x^2 - 4) = \underline{\underline{kx^2 - 4k}}$

Nr. 3 c) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$A(-4|0) \Rightarrow f(-4) = a\cdot(-4)^2 + b\cdot(-4) + c = 0$

$B(0|-4) \Rightarrow f(0) = a\cdot 0 + b\cdot 0 + \underline{\underline{c = -4}}$

$16a - 4b - 4 = 0 \Rightarrow 16a = 4 + 4b \mid :16$

$a = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}b$ wähle $\underline{\underline{b = 4k}}$

$\underline{\underline{a}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cdot 4k = \underline{\underline{\frac{1}{4} + k}}$

$\underline{\underline{f_k(x) = \left(\frac{1}{4} + k\right)\cdot x^2 + 4kx - 4}}$

wenn für $\underline{\underline{a = k}}$ gewählt wird

$16k - 4b - 4 = 0 \Rightarrow 4b = 16k - 4 \mid :4$

$\underline{\underline{b = 4k - 1}}$

$\underline{\underline{f_k(x) = kx^2 + (4k-1)x - 4}}$

O. Fell