Nr. 13) $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1-2 \\ 2-1 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2-0 \\ 0-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$g_a: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$; $0 \leq a \leq 2$ damit $P(2|2|a)$ noch auf der Kante des Würfels liegt.

a) $h \cap g_a$

$$t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rcl|l|l} 2t + r &=& 2 & \cdot 1 & \cdot 2 \\ 2t - r &=& 1 & \cdot 1 & \\ at - 2r &=& 0 & & \cdot 1 \\ \hline 2t + r &=& 2 & & \\ 4t &=& 3 & & \\ (4+a) \cdot t &=& 4 & & \end{array}$$

$4t = 3 \Rightarrow t = \frac{3}{4}$

$(4+a) \cdot t = 4 \Rightarrow (4+a) \cdot \frac{3}{4} = 4 \mid \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow 4 + a = \frac{16}{3} \Rightarrow \underline{\underline{a = \frac{4}{3}}}$

Die Geraden schneiden sich für $a = \frac{4}{3}$

im Punkt $\vec{OS} = \frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\underline{\underline{S\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{3}{2} \middle| 1\right)}}$$

Nr. 13 b) $g_a \cap i$

$$\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix} = t\begin{pmatrix}2\\2\\a\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l|l|l} 2t - 2s = 0 & \cdot 1 & \cdot a \\ 2t + s = 1 & \cdot(-1) & \\ at + s = 2 & & \cdot(-2) \end{array}$$

$2t - 2s = 0$

$-3s = -1 \Rightarrow s = \frac{1}{3}$

$(-2a-2)\cdot s = -4 \Rightarrow (-2a-2)\cdot\frac{1}{3} = -4 \,|\cdot 3 \Rightarrow -2a-2 = -12 \,|+2$

$\Rightarrow -2a = -10 \Rightarrow \underline{a = 5}$

Die Geraden würden sich für $a=5$ schneiden. Da der Punkt P auf der Kante des Würfels liegen soll ist $a = 5 > 2$ zu groß. $\Rightarrow$ Alle Geraden g_a sind für $0 \leq a \leq 2$ windschief zu i.

Nr. 14) a) $-1\cdot(\vec{PS} - \vec{PR}) = \vec{PR} - \vec{PS} \Rightarrow$ Richtungsvektoren sind Vielfache $\Rightarrow g \parallel h$.

b) $g \cap h$

$\vec{PQ} + \vec{PR} + r(\vec{PS} - \vec{PR}) = s\cdot(\vec{PQ} + \vec{PR})$

$s\cdot\vec{PQ} + s\cdot\vec{PR} - r\vec{PS} - r\vec{PR} = \vec{PQ} + \vec{PR}$

$\vec{PR}\cdot(s-r) - r\cdot\vec{PS} + s\cdot\vec{PQ} = \vec{PQ} + \vec{PR}$ für $\underline{\underline{r=0}}$ ist $\vec{PS}$ weg.

$\vec{PR}\cdot s + s\cdot\vec{PQ} = \vec{PQ} + \vec{PR} \Rightarrow$ für $\underline{\underline{s=1}}$ ist die Gleichung erfüllt.

$\Rightarrow$ Geraden schneiden sich für $\underline{\underline{r=0}}$ und $\underline{\underline{s=1}}$

c) $\vec{PQ} + \vec{PR} + r\cdot(\vec{PR} - \vec{PS}) = s\cdot(\vec{PR} + \vec{PS})$

$\vec{PR}(1+r-s) + \vec{PS}\cdot(-r-s) = -\vec{PQ}$ Da die Punkte PQRS Eckpunkte der Pyramide sind $\Rightarrow \vec{PQ}$ kann nicht als Linearkombination von $\vec{PR}$ und $\vec{PS}$ dargestellt werden. Richtungsvektoren sind nicht kolinear $\Rightarrow$ Geraden sind windschief.

O. Fell