LS-Kursstufe S 197

Nr. 17) Damit $\vec{v} \times (\vec{x} - p) = \vec{0}$ ist muss

a) $\vec{x} - \vec{p}$ Vielfaches von $\vec{v}$ sein.

Für $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{v}$ gilt $\vec{x} - \vec{p} = \vec{p} + r\vec{v} - \vec{p} = r \cdot \vec{v}$

$\Rightarrow$ Die Punkte X liegen auf der Geraden: $\vec{x} = \vec{p} - r \cdot \vec{v}$

b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{0} \Rightarrow$ gesuchte Gerade $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Nr. 18)

a)

$$\vec{b} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \cdot a_3 - b_3 a_2 \\ b_3 \cdot a_1 - b_1 \cdot a_3 \\ b_1 \cdot a_2 - b_2 \cdot a_1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

$$\begin{array}{cc} \cancel{b_1} & \cancel{a_1} \\ b_2 & a_2 \\ b_3 & a_3 \\ b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \\ \cancel{b_3} & \cancel{a_3} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \cancel{a_1} & \cancel{b_1} \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \cancel{a_3} & \cancel{b_3} \end{array}$$

---

b)

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_2 \cdot c_3 - b_3 c_2 \\ b_3 \cdot c_1 - b_1 \cdot c_3 \\ b_1 \cdot c_2 - b_2 \cdot c_1 \end{pmatrix} =$$

$$a_1 \cdot (b_2 \cdot c_3 - b_3 c_2) + a_2 \cdot (b_3 \cdot c_1 - b_1 \cdot c_3) + a_3 \cdot (b_1 \cdot c_2 - b_2 \cdot c_1) =$$

$$\underline{a_1 b_2 c_3} - \underline{a_1 b_3 c_2} + \underline{a_2 b_3 c_1} - \underline{a_2 b_1 c_3} + \underline{a_3 b_1 c_2} - \underline{a_3 b_2 c_1}$$

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} =$$

$$\underline{c_1 a_2 b_3} - \underline{c_1 a_3 b_2} + \underline{c_2 a_3 b_1} - \underline{c_2 \cdot a_1 \cdot b_3} + \underline{c_3 a_1 b_2} - \underline{c_3 a_2 \cdot b_1}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

O. Fell