Nr. 13.) Volumen in Abhängigkeit von der Zeit

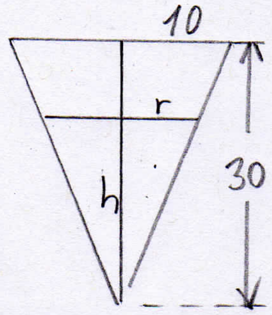
a) $V(t) = 20 \cdot t$

Volumen eines Kegels in Abhängigkeit von der Höhe

$$V(h) = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V(h) = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{1}{3}h\right)^2 \cdot h$$

$$V(h) = \frac{1}{27}\pi \cdot h^3$$



2. Strahlensatz

$$\frac{r}{h} = \frac{10}{30} \Leftrightarrow r = \frac{1}{3}h$$

Beide Volumina müssen gleich sein.

$$V(t) = V(h)$$

$$20 \cdot t = \frac{1}{27} \cdot \pi \cdot h^3$$ Gleichung nach umstellen

$$h^3 = \frac{20 \cdot t \cdot 27}{\pi} \Rightarrow h(t) = \sqrt[3]{\frac{540}{\pi} \cdot t}$$

$$\Rightarrow h(60) = \sqrt[3]{\frac{540}{\pi} \cdot 60} \approx 21{,}77$$ Nach einer Minute steht das Wasser 21,77cm hoch.

b) Pro Zeiteinheit kommt immer ein Kegelstumpf mit gleichem Volumen hinzu. Da der Grundkreis größer wird, nimmt die Höhe aber ab.

c) $$h'(t) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{540}{\pi} \cdot t\right)^{\frac{1}{3}-1} \cdot \frac{540}{\pi} = \frac{540}{3 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{540}{\pi} \cdot t\right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$h'(t) = \frac{180}{\pi \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{540}{\pi} \cdot t\right)^2}} \Rightarrow h'(60) = \frac{180}{\pi \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{540 \cdot 60}{\pi}\right)^2}} \approx 0{,}121$$

$$h'(60) = 0{,}121 \frac{cm}{s} = 1{,}21 \frac{mm}{s}$$ Nach einer Minute steigt der Wasserspiegel um $1{,}21 \frac{mm}{s}$.