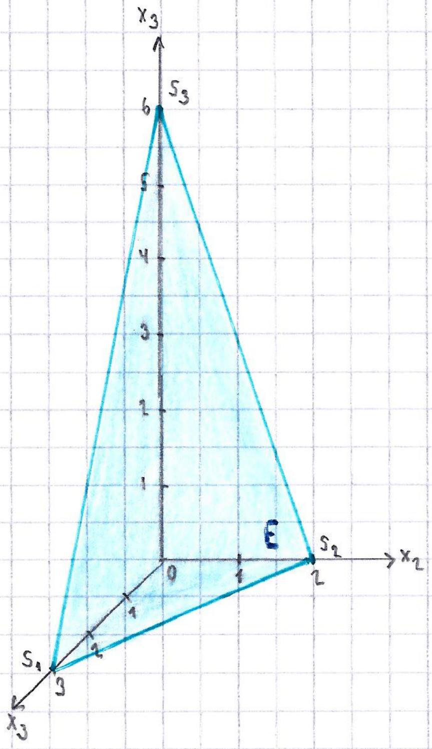
LS Kursstufe I Seite 101

Aufgabe 10

a) **Achsenabschnittsform:**

$E: \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{6} = 1$

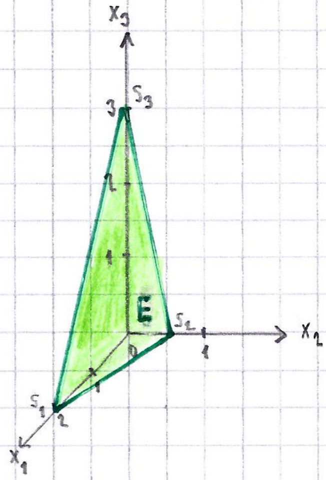
$E: 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$



b) **Achsenabschnittsform:**

$E: \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{0{,}5} + \frac{x_3}{3} = 1$

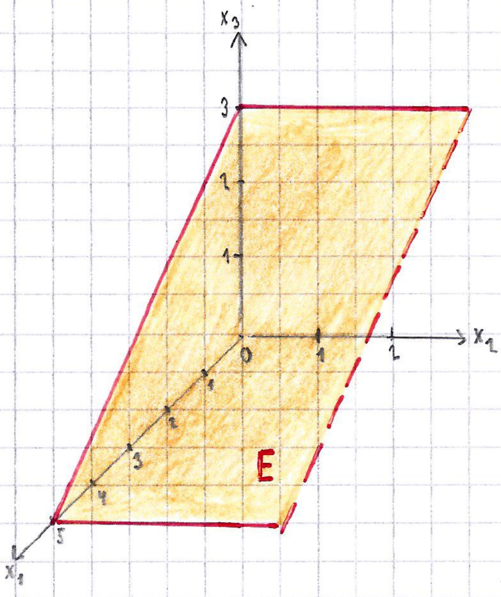
$E: 3x_1 + 12x_2 + 2x_3 = 6$



c) **Achsenabschnittsform:**

$E: \frac{x_1}{5} + \frac{x_3}{3} = 1$

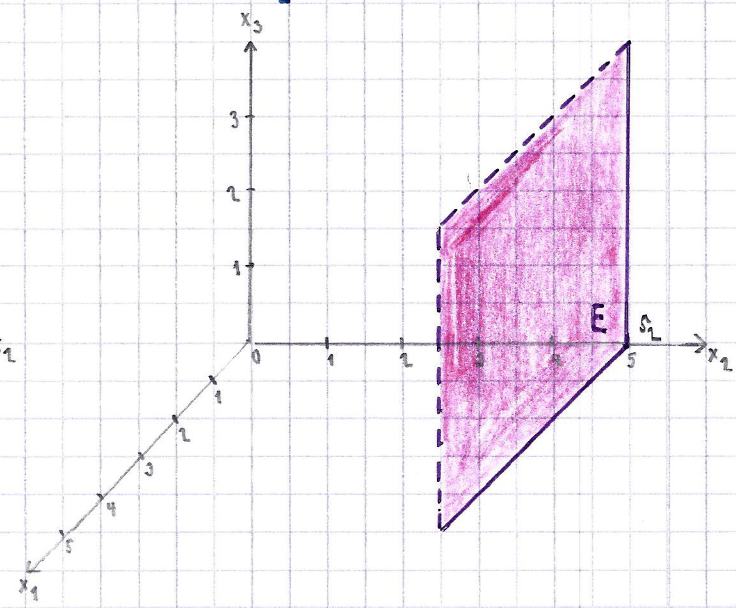
$E: 3x_1 + 5x_3 = 15$



d) **Achsenabschnittsform:**

$E: \frac{x_2}{5} = 1$

$E: x_2 = 5$



Aufgabe 11

Spurpunkte: P(1|0|0); R(0|5|0); S(0|0|4)

Parametergleichung: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad r, s \in \mathbb{R}$

Koordinatengleichung: $E: \frac{x_1}{1} + \frac{x_2}{5} + \frac{x_3}{4} = 1$

$E: 20x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 20$

Aufgabe 12

a) $\left.\begin{array}{l} \vec{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{n_F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \vec{n_E} \cdot \vec{n_F} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \vec{n_E} \perp \vec{n_F}$; d.h. $E \perp F$

$\Rightarrow$ wahre Aussage

b)
- Eine Ebene mit nur einem Spurpunkt ist parallel zu einer der Koordinatenebenen. Folglich sind die beiden Spurgeraden parallel zu zwei der Koordinatenachsen.
- Eine Ebene mit nur zwei Spurpunkten verläuft parallel zu einer der Koordinatenachsen und besitzt zudem die Spurgerade durch die beiden Spurpunkte. Folglich besitzt auch diese Ebene zwei Spurgeraden.
- Eine Ebene mit drei Spurpunkten lässt sich durch ihr Spurdreieck bestehend aus drei Spurgeraden darstellen.

$\Rightarrow$ wahre Aussage

c) Eine Ebene mit nur einem Spurpunkt ist parallel zu zwei der Koordinatenachsen, die eine Koordinatenebene aufspannen.

$\Rightarrow$ wahre Aussage

d) Wenn bei einer Ebenengleichung in Koordinatenform eine der drei Komponenten nicht vorhanden ist, so verläuft die Ebene parallel zu der Koordinatenachse, deren Komponenten fehlt.
Man stellt diese Ebene als „rechteckigen" Ausschnitt dar mit zwei parallelen Spurgeraden, deren Richtung parallel zur betroffenen Koordinatenachse verläuft.

$\Rightarrow$ wahre Aussage

e) Da es drei Koordinatenachsen gibt, kann eine Ebene maximal drei Achsenschnittpunkte (Spurpunkte) besitzen.

$\Rightarrow$ wahre Aussage

Aufgabe 15:

a) $E: a x_1 - a x_2 + a x_3 = 1 \; ; \; a \neq 0$

<u>Spurpunkte:</u> $S_1(\frac{1}{a}|0|0)$; $S_2(0|-\frac{1}{a}|0)$; $S_3(0|0|\frac{1}{a})$

$\Rightarrow$ $x_1 = |x_2| = x_3$; die Beträge der einzelnen Komponenten sind identisch.

b) $E: a x_1 - a x_2 + b x_3 = 1 \; ; \; a \neq 0, b \neq 0$

<u>Spurpunkte:</u> $S_1(\frac{1}{a}|0|0)$; $S_2(0|-\frac{1}{a}|0)$; $S_3(0|0|\frac{1}{b})$

$\Rightarrow$ $x_1 = |x_2| \neq x_3$; die Beträge von zwei der drei Komponenten sind identisch.

Aufgabe 16:

- Die Ebene E besitzt alle drei Komponenten und verläuft durch den Origo. Somit ist der Schnittpunkt $O(0|0|0)$ der drei Koordinatenachsen der einzige Spurpunkt von E.
- Man zeichnet die Spurgeraden mithilfe eines weiteren Punktes auf jeder individuellen Spurgerade:

  $s_{12}: a x_1 + b x_2 = 0$ hat als möglichen weiteren Punkt $P_3(b|-a|0)$

  $s_{13}: a x_1 + c x_3 = 0$ hat als möglichen weiteren Punkt $P_2(c|0|-a)$

  $s_{23}: b x_2 + c x_3 = 0$ hat als möglichen weiteren Punkt $P_1(0|c|-b)$

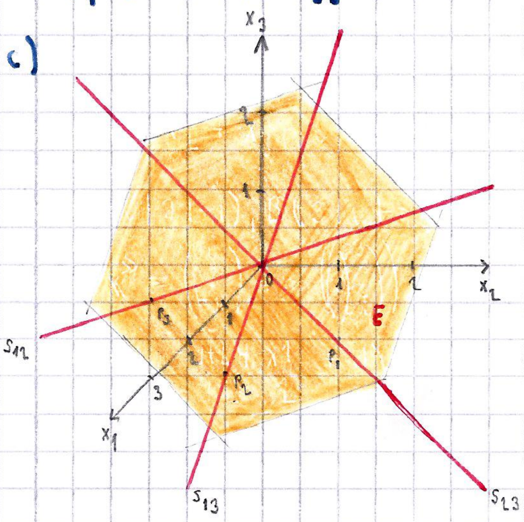
- Man trägt die Punkte P_1, P_2 und P_3 im Koordinatensystem ein und verbindet jeden einzelnen Punkt mit dem Ursprung. Somit entstehen drei Spurgeraden, die sich im Ursprung schneiden.

Aufgabe 17:

a) E besitzt nur einen Spurpunkt, nämlich den Origo $O(0|0|0)$

b) $P_3(1|-1|0) \in s_{12}$
$P_2(1|0|-1) \in s_{13}$
$P_1(0|1|-1) \in s_{23}$

c)



d) <u>Koordinaten:</u> $A(0|3|-1)$; $B(3|0|-\frac{3}{4})$
$C(4|-3|0)$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \; ; \; r, s \in \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{cc} -3 & -6 \\ \frac{1}{4} & 1 \\ 3 & 4 \\ -3 & -6 \end{array}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 + \frac{3}{2} \\ 1 - 3 \\ -18 + 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$E: 3 x_1 + 4 x_2 + 12 x_3 = 0$

<u>Anmerkung:</u> Der Punkt B ist in der Zeichnung im Buch zu tief abgetragen. Vermutlich wurde beim Abtragen in x_3-Richtung die Skalierung von 1 LE $\hat{=}$ 1 Kästchen <u>nicht</u> beachtet!