

Nr. 4.) a) g n E

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{LGS } \begin{array}{l} \text{I} \quad 7t + 0r - 1s = 3 \\ \text{II} \quad 8t + 1r + 0s = 3 \\ \text{III} \quad 6t - 1r - 3s = -1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{II} \quad 8t + 1r + 0s = 3 \\ \text{III} \quad 6t - 1r - 3s = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1 \cdot \text{II} + 1 \cdot \text{III} = \text{II}^*$$

$$\text{III} \quad 6t - r - 3s = -1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I} \quad 7t \quad \quad -s = 3 \\ \text{II}^* \quad 14t \quad \quad -3s = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ (-1) \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 3 \cdot \text{I} + (-1) \cdot \text{II}^* = \text{II}^{**}$$

$$6t - r - 3s = -1$$

$$7t \quad \quad -s = 3$$

$$\text{II}^{**} \quad 7t \quad \quad = 7 \Rightarrow \underline{\underline{t=1}}$$

Durchstoßpunkt

$$\vec{OD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}; \underline{\underline{D(5|9|10)}}$$

Oder andere Möglichkeit zur Berechnung

Normalenvektor von E

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -3 & -0 \\ 1 & -0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ \leftarrow \end{array}$$

Normalenform der Ebene

$$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Koordinatenform } -3x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

g in E einsetzen

$$-3(-2 + 7t) + 1 \cdot (1 + 8t) + 1 \cdot (4 + 6t) = 4$$

$$6 - 21t + 1 + 8t + 4 + 24t = 4$$

$$-7t + 11 = 4$$

$$\underline{\underline{t = 1}}$$

Durchstoßpunkt

$$\vec{OD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}; \underline{\underline{D(5|9|10)}}$$

Nr. 4 b) Normalenvektor der Ebene

$$\begin{array}{l} \cancel{4} \rightarrow 0 \\ \cancel{-7} \quad 4 \\ 1 \quad \cancel{-3} \\ \cancel{4} \quad \cancel{0} \\ \cancel{-7} \quad 4 \\ 4 \rightarrow 3 \end{array} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 21 - 4 \\ 0 + 12 \\ 16 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} = 17 \cdot 4 + 12 \cdot 1 - 16 \cdot 5 = 0$$

\vec{n} und \vec{u} sind orthogonal \Rightarrow g und E sind parallel
Prüfen ob Punkt von g in E liegt

$$E: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} = 0$$

Stützvektor(g) in E einsetzen

$$\left[\begin{pmatrix} 22 \\ -18 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -19 \\ -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ 16 \end{pmatrix} = 17 \cdot 20 - 19 \cdot 12 - 7 \cdot 16 = 0 \quad \checkmark$$

Ein Punkt der Geraden liegt in der Ebene und g und E sind parallel. \Rightarrow Die Gerade g liegt in der Ebene E