LS-Kursstufe Seite 208

Nr. 8) (1) $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \qquad \vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$-4x_1 - 2x_2 - 6x_3 = 18 \qquad \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$

$-2 \cdot \vec{n}_1 = \vec{n}_2 \Rightarrow$ Fig. 5

(3) $2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2$

$x_1 - 2x_2 = 1$

$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 - 2 = 0 \Rightarrow E_1 \perp E_2 \Rightarrow$ Fig. 6

(2) $2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \qquad \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 10 - 2 - 2 \neq 0$

$5x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$

$\Rightarrow E_1$ und E_2 schneiden sich $\Rightarrow$ Fig. 4

Nr. 9) (1) $\Rightarrow$ Fig. 8 ; (2) $\Rightarrow$ Fig. 9 ; (3) $\Rightarrow$ Fig. 11

Seite 209

Nr. 12a) $E: 2x_1 + x_2 - x_3 = 2$; $x_{2,3}$-Ebene $\Rightarrow x_1 = 0$

$E \cap x_{2,3}$-Ebene $\Rightarrow 2 \cdot 0 + x_2 - x_3 = 2 \Rightarrow x_2 = 2 + x_3$

Für $x_3 = t \Rightarrow$ Spurgerade $\quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ebene $F \parallel$ zur x_1-Achse $\Rightarrow$ Spannvektor $\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow F: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$

$F: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \underline{x_2 - x_3 = 2}$

LS-Kursstufe Seite 209

Nr. 12 b) $F \parallel x_1x_2$-Ebene $\Rightarrow x_3 = a$

Schnitt Ebene E mit x_3-Achse

$\Rightarrow \quad 2\cdot 0 + 1\cdot 0 - x_3 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x_3 = -2}}$

12 c) Spurpunkte ergeben sich als zentrische Streckung vom Origo mit Faktor 3

$S_{x_3}(0|0|-6)$

$F: \; 2x_1 + x_2 - x_3 = b$ Punktprobe mit S_{x_3}

$2\cdot 0 + 1\cdot 0 - (-6) = b \Rightarrow b = 6$

$\underline{\underline{F: \; 2x_1 + x_2 - x_3 = 6}}$

Nr. 13 a) $E_a: \; ax_1 + x_2 = a \; ; \; a \in \mathbb{R}$

Alle Ebenen sind $\parallel$ zur x_3-Achse

b) $a_1 \neq a_2 \quad E_{a_1} \cap E_{a_2}$

$$\begin{aligned} a_1x_1 + x_2 &= a_1 \quad |\cdot 1 \\ a_2x_1 + x_2 &= a_2 \quad |\cdot(-1) \\ \hline a_1x_1 + x_2 &= a_1 \\ (a_1 - a_2)x_1 &= a_1 - a_2 \quad |:(a_1 - a_2) \end{aligned}$$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_1}} = \dfrac{a_1 - a_2}{a_1 - a_2} = \underline{\underline{1}} \; ; \quad \underline{\underline{x_2}} = a_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 - a_1 \cdot 1 = \underline{\underline{0}}$

x_3 ist frei wählbar weil alle Ebenen $\parallel$ zur x_3-Achse

$\Rightarrow \underline{\underline{x_3 = t}} \Rightarrow$ Schnittgeraden aller Ebenen $\underline{\underline{\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}}$

c) Für $a \to 0$ gilt $E_a \to x_2 = 0$ ist die x_1x_3-Ebene

Für $a \to \infty$ gilt $E_a: \; x_1 + \underbrace{\frac{x_2}{a}}_{\to 0} = 1$ das ist eine zur x_2x_3-Ebene parallele Ebene durch den Punkt $P(1|0|0)$

O. Fell