

Nr. 3) a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$V_s = \left| \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \right| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 49 \\ -42 \end{pmatrix} \right|$$

$$\begin{array}{r} 5 \times 2 \\ 6 \times 1 \\ -1 \times 8 \\ 5 \times 2 \end{array}$$

$$V_s = |-2 \cdot (-7) + 0 \cdot 49 - 5 \cdot 42| = |-196| = \underline{\underline{196 \text{ VE}}}$$

Volumen des Spat beträgt 196 Volumen Einheiten

$$\underline{\underline{V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{\text{spat}} = \frac{1}{6} \cdot 196 = \frac{98}{3} \approx 32,67 \text{ VE}}}$$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 18 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$V_{\text{spat}} = \left| \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ 18 \end{pmatrix} \right) \right| = \left| \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 118 \\ -26 \\ 64 \end{pmatrix} \right| =$$

$$\begin{array}{r} 7 \times 8 \\ 1 \times 18 \\ 1 \times -8 \\ 7 \times 8 \end{array}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{spat}} = |7 \cdot 118 - 2 \cdot 26 + 2 \cdot 64| = 902 \text{ VE}}}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{\text{spat}} = \frac{1}{6} \cdot 902 = \frac{451}{3} \approx 150,33 \text{ VE}}}$$

c) $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{c}$ Die Vektoren sind linear abhängig und spannen keinen Spat auf.

d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$V_{\text{spat}} = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} \right) \right| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 26 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} \right|$$

$$\begin{array}{r} 3 \times -1 \\ 5 \times 7 \\ 2 \times 2 \\ 3 \times -1 \end{array}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{spat}} = |3 \cdot 26 - 4 \cdot 9 - 2 \cdot 8| = 26 \text{ VE}}}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{\text{spat}} = \frac{1}{6} \cdot 26 \text{ VE} = \frac{13}{3} \text{ VE} \approx 4,33 \text{ VE}}}$$