LS-Kursstufe Seite 239

Nr. 7) a) $A(0|0|0)$ $B(1|2|-2)$ $C(0|11|-10)$ $D(-2|7|-6)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{AD} = \begin{pmatrix} -2 \\ +7 \\ -6 \end{pmatrix}$

$$\underline{\underline{A_{Parallelogramm}}} = \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{225} = \underline{\underline{15\,FE}}$$

$$\begin{matrix} 2 & 7 \\ -2 & -6 \\ 1 & -2 \\ 2 & 7 \end{matrix}$$

$$\underline{\underline{h}} = \frac{A_{Parallelog.}}{|\vec{AB}|} = \frac{15}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{15}{3} = \underline{\underline{5\,LE}}$$

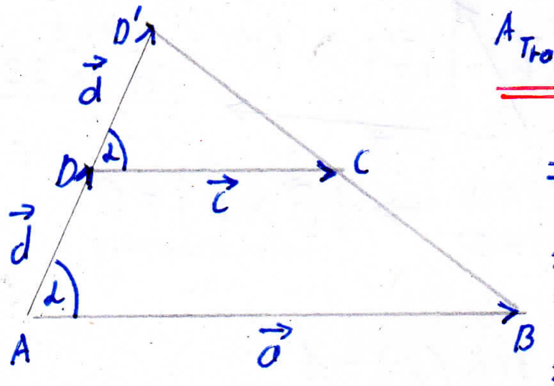
b) $\vec{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \vec{AB} \Rightarrow \overset{\text{Strecken}}{\overline{DC} \parallel \overline{AB}}$

$\Rightarrow$ Viereck ABCD ist Trapez

$$A_{Trapez} = \frac{|\vec{AB}| + |\vec{DC}|}{2} \cdot h = \frac{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2} + \sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}{2} \cdot 5$$

$$\underline{\underline{A_{Trapez} = \frac{3+6}{2} \cdot 5 = 22{,}5\,FE}}$$

Alternative Berechnung Flächeninhalt Trapez



$$\underline{\underline{A_{Trap.} = \frac{1}{2}\left[|\vec{AB} \times \vec{AD}| + |\vec{DC} \times \vec{AD}|\right]}} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[|\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \sin(\alpha) + |\vec{DC}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \sin(\alpha)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[(|\vec{AB}| + |\vec{DC}|) \cdot |\vec{AD}| \cdot \sin(\alpha)\right]$$

$$= \underbrace{\frac{|\vec{AB}| + |\vec{DC}|}{2}}_{\text{Länge Mittellinie}} \cdot \underbrace{|\vec{AD}| \cdot \sin(\alpha)}_{\text{Höhe Trapez}} = \underline{\underline{\frac{|\vec{AB}|+|\vec{DC}|}{2} \cdot h}}$$

q.e.d

$$\left.\begin{matrix} |\vec{AB} \times \vec{AD}| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}\right| = 15\,FE \\ |\vec{DC} \times \vec{AD}| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 22 \end{pmatrix}\right| = 30\,FE \end{matrix}\right\} \underline{\underline{A_{Trap} = \frac{15+30}{2} = 22{,}5\,FE}}$$

O. Fell