LS - Kursstufe Seite 25

Nr. 7.) a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 2$

$f'(x) = x^3 + 6x$; $f''(x) = 3x^2 + 6$ Um 6 nach oben verschobene Parabel

$f''(x) > 0$ $3x^2 + 6 > 0$ für $x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ f ist auf $\mathbb{R}$ linksgekrümmt.

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$f''(x) = 6x - 6 > 0 \mid +6 \Rightarrow 6x > 6 \mid :6 \Rightarrow x > 1$

$f''(x) > 0$ für $x \in (1; +\infty) \Rightarrow$ f ist linksgekrümmt für $x > 1$; für $x < 1$ ist f rechtsgekrümmt

c) $f(x) = 2\sin(x)$; für $0 \leq x \leq 2\pi$

$f'(x) = 2 \cdot \cos(x)$

$f''(x) = -2 \cdot \sin(x) > 0 \mid :(-2) \Rightarrow \sin(x) < 0$ für $\pi < x < 2\pi$

siehe Einheitskreis

f ist linksgekrümmt für $\pi < x < \pi$

f ist rechtgekrümmt für $0 < x < \pi$

Nr. 8.) a) Falsch : $f''(x) < 0$ für $x < 0 \Rightarrow f'(x)$ ist str. m. fallend für $x < 0$

b) Falsch : Gegenbeispiel $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ hat $f''(x) = x$ als Ableitung. f' ist aber für $-2 < x < 2$ kleiner als 0.

c) Richtig : $f''(x) > 0$ für $x > 0 \Rightarrow$ f ist linksgekrümmt für $x > 0$

d) Richtig : $f'''(x) = 1 > 0 \Rightarrow$ f' ist linksgekrümmt für $x \in \mathbb{R}$

O. Fell