

Nr. 10) Druckfehler im 1. Druck der 1. Auflage:
 Es muss heißen: „Sind mehr als fünf Perlen der Größe 1 in der Stichprobe, so entscheidet man sich für die Hypothese H_0 ansonsten für die Alternativhypothese H_1 “. Damit ist der Annahmehereich = $\{6, \dots, 10\}$ und Ablehnungsbereich = $\{0, \dots, 5\}$ für Aufgabenteil a) vorgegeben.

$X \hat{=} \text{Anzahl der Perlen Größe 1}$
 a) $H_0: p = 0,7$; $H_1: p = 0,3$ da eine Alternative zutrifft

1.) Fehler 1. Art: H_0 ist wahr, wird aber abgelehnt
 X ist $B_{10; 0,7}$ verteilt, bei wahrer Nullhypothese

$$\underline{\underline{P(X \leq 5) \approx 0,1503}}$$

2.) Fehler 2. Art: H_0 ist falsch, wird aber angenommen
 H_1 ist wahr. Y ist $B_{10; 0,3}$ verteilt

$$\underline{\underline{P(6 \leq Y) = 1 - P(Y \leq 5) \approx 1 - 0,9527 \approx 0,0473}}$$

b) Gesucht Ablehnungsbereich bei 10%igem Signifikanzniveau

X ist $B_{10; 0,7}$ verteilt

$$P(X \leq g_1) \leq 10\% = 0,1$$

$$P(X \leq 4) \approx 0,0473 < 0,1 \checkmark \Rightarrow g_1 = 4$$

$$P(X \leq 5) \approx 0,1503 > 0,1 \text{ F}$$

Ablehnungsbereich = $\{0, \dots, 4\} \Rightarrow$ Wenn höchstens 4 Perlen der Größe 1 in der Stichprobe sind, wird H_0 verworfen und H_1 angenommen.

c) Fehler 1. Art = $0,0473$

$$\underline{\underline{\text{Fehler 2. Art} = P(5 \leq Y) = 1 - P(Y \leq 4) \approx 1 - 0,8497 \approx 0,1503}}$$

Für $n = 10$ ist der Fehler $\approx 15\%$ also zu groß.

$n = 11 \Rightarrow$ Ablehnungsbereich = $\{0, \dots, 5\}$

$$\text{Fehler 1. Art} = P(X \leq 5) \approx 0,0782 < 10\%$$

$$\text{Fehler 2. Art} = P(6 \leq Y) \approx 1 - P(Y \leq 5) \approx 1 - 0,9218 \approx 0,0782 < 10\%$$

Für $n = 11$ sind beide Fehlerwahrscheinlichkeiten $< 10\%$
 Wenn höchstens 5 Perlen der Größe 1 in der Stichprobe sind, wird H_0 abgelehnt und H_1 angenommen.