

Nr. 3.) Zielfunktion: $V(x) = \underbrace{(16-2x)}_l \cdot \underbrace{(10-2x)}_b \cdot \underbrace{x}_h, 0 < x < 5$
 $V(x) = (160 - 32x - 20x + 4x^2) \cdot x$

$$V(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$$

Extrema: $V'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 0$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{104 \pm \sqrt{104^2 - 4 \cdot 12 \cdot 160}}{2 \cdot 12} = \frac{104 \pm 56}{24}$$

$$x_1 = \frac{20}{3} = 6, \bar{6} \text{ cm} \quad \vee \quad x_2 = 2$$

$$x_1 \notin D_V$$

$$V''(x) = 24x - 104 \Rightarrow V''(2) = 24 \cdot 2 - 104 < 0$$

\Rightarrow Maximum des Volumens für $x = 2 \text{ cm}$

$$l = 12 \text{ cm} ; b = 6 \text{ cm} ; x = h = 2 \text{ cm}.$$

$$\text{Für } x = 0 \Rightarrow V(0) = 0 \quad \text{für } x = 5 \Rightarrow V(5) = 0$$

Nr. 4.) Zielfunktion: $d(x) = f(x) - g(x) = x^2 + 1 - (-(x-2)^2 + 2)$

$$d(x) = x^2 + 1 + (x-2)^2 - 2 = x^2 + 1 + x^2 - 4x + 4 - 2$$

$$d(x) = 2x^2 - 4x + 3 ; x \in [0, 2]$$

Extrema: $d'(x) = 4x - 4 = 0 \Rightarrow x_E = 1$

$$d''(x) = 4 ; d''(1) = 4 > 0 \Rightarrow \text{Minimum für}$$

$$x_E = 1 \Rightarrow \underline{\text{Minimum}} = d(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = \underline{\underline{1}}$$

Untersuchung am Rand des Intervalls

$$d(0) = 3 ; d(2) = 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 3$$

Das Minimum 1 an der Stelle $x_E = 1$ ist absolut.

Weitere mögliche Argumentation:

$d(x)$ ist eine nach oben geöffnete Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(1|1)$