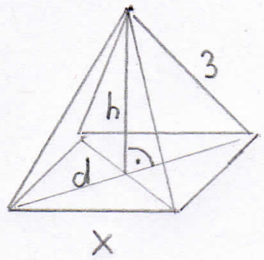
# LS - Kursstufe Seite 31

Nr. 10)




$0 < x < \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

Zielfunktion: $V = \frac{1}{3}x^2 \cdot h$

Nebenbedingung: $d = \sqrt{x^2+x^2} = x\sqrt{2}$

$$\frac{d}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$h = \sqrt{3^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2 \cdot 2}{4}} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$$

Zielfunktion: $V(x) = \frac{1}{3}x^2 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}$

Extrema notw. Bed $\quad V'(x) = 0$

$$V'(x) = \frac{2}{3}x \cdot \sqrt{9-\frac{x^2}{2}} + \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(9 - \frac{x^2}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-x)$$

$$V'(x) = \frac{2}{3}x \cdot \sqrt{9-\frac{x^2}{2}} - \frac{1 \cdot x^3}{6\sqrt{9-\frac{x^2}{2}}} = \frac{4x \cdot \left(9 - \frac{x^2}{2}\right) - x^3}{6 \cdot \sqrt{9-\frac{x^2}{2}}} = 0$$

Zähler muss 0 werden $\Rightarrow x \cdot \left[4 \cdot \left(9 - \frac{x^2}{2}\right) - x^2\right] = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0 \vee [36 - 2x^2 - x^2] = 0 \Rightarrow 36 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{12}$

Nenner ist für $x_1 = 0 \vee x_{2,3}\ \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3} \neq 0$

$x_3 = +2\sqrt{3} \in D_V \qquad x_1 ; x_2 \notin D_V$

An der Stelle $x_3 = +2\sqrt{3}$ findet ein VZW von $V'(x)$ von + nach − statt

$$V'(x) = \frac{\overset{>0}{x} \cdot \overbrace{[36 - 3x^2]}^{\text{VZV von + nach −}}}{\underbrace{6 \cdot \sqrt{9 - \frac{x^2}{2}}}_{>0}}$$

an der Stelle $x_2 = 2\sqrt{3}$. weil $36 - 3x^2$ eine nach unten geöffnete Parabel ist

$\Rightarrow V(x)$ wird maximal für $x = 2 \cdot \sqrt{3}$ cm

Die Höhe beträgt $h = \sqrt{9 - \frac{(2\cdot\sqrt{3})^2}{2}} = \sqrt{9 - \frac{4\cdot 3}{2}} = \sqrt{3}$ cm

Die Grundseite ist doppelt so lang wie die Höhe.

$V(+2\sqrt{3}) = \frac{1}{3} \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3} = \cancel{\frac{1}{3}} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ cm^2$

O. Fell