LS Seite 31 / Aufgabe 12

- Zielfunktion: $h(x) = g(x) - f(x)$

$$h(x) = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{23}{20}x^2 - \frac{33}{10}x + 4 \quad ; \quad x \in [0;6]$$

- Ableitungen: $h'(x) = -\frac{3}{10}x^2 + \frac{23}{10}x - \frac{33}{10}$

$$h''(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{23}{10}$$

- Extrema:

notwendige Bdg $h'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{10}x^2 + \frac{23}{10}x - \frac{33}{10} = 0$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{23}{3}x + 11 = 0$$

$$x_{1|2} = \frac{23}{6} \pm \sqrt{\frac{529}{36} - \frac{396}{36}}$$

$$x_{1|2} = \frac{23}{6} \pm \frac{1}{6}\sqrt{133}$$

$$x_1 = \frac{23}{6} - \frac{1}{6}\sqrt{133} \approx 1{,}91$$

$$x_2 = \frac{23}{6} + \frac{1}{6}\sqrt{133} \approx 5{,}76$$

hinreichende Bdg $h''(x) \neq 0$

$h''(1{,}91) \approx 1{,}15 > 0 \rightarrow$ Minimum

$h''(5{,}76) \approx -1{,}15 < 0 \rightarrow$ Maximum

- Extremwerte / Randwerte:

$h(1{,}91) \approx 1{,}2$ [m] $\rightarrow$ globales Minimum

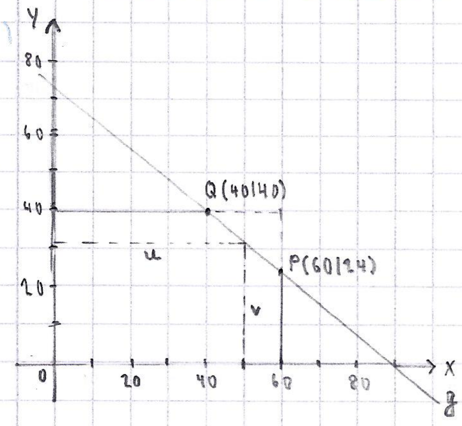
$h(5{,}76) \approx 4{,}04$ [m] $\rightarrow$ globales Maximum

$$\left.\begin{array}{l} h(0) = 4 \text{ [m]} \\ h(6) = 4 \text{ [m]} \end{array}\right\} \rightarrow \text{lokale Extrema}$$

An der Stelle $x \approx 1{,}91$ m ist das Betonteil mit $h(1{,}91) \approx 1{,}2$ m am niedrigsten.

An der Stelle $x \approx 5{,}76$ m ist das Betonteil mit $h(5{,}76) \approx 4{,}04$ m am höchsten.

LS Seite 31 / Aufgabe 13 a



I Gerade g durch P(60|24) und Q(40|40):

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40-24}{40-60} = \frac{16}{-20} = -\frac{4}{5}$

Punktprobe mit Q in $y = -\frac{4}{5}x + c$:

$40 = -\frac{4}{5} \cdot 40 + c \Leftrightarrow c = 72$

d.h. $g: \; y = -\frac{4}{5}x + 72$

II. Hauptbedingung: $A = u \cdot v$

III. Nebenbedingung: $v = -\frac{4}{5}u + 72$

IV. Zielfunktion: $A(u) = -\frac{4}{5}u^2 + 72u \; ; \; u \in [40; 60]$

V. Ableitungen: $A'(u) = -\frac{8}{5}u + 72 \; ; \; A''(u) = -\frac{8}{5}$

VI. Extrema:

notwendige Bdg $A'(u) = 0 \Rightarrow -\frac{8}{5}u + 72 = 0 \Leftrightarrow u = 45$ [cm]

hinreichende Bdg $A''(u) \neq 0 \Rightarrow A''(45) = -72 < 0 \rightarrow$ Maximum

VII Längen der Figur: $u = 45$ [cm] ; $v = 36$ [cm]

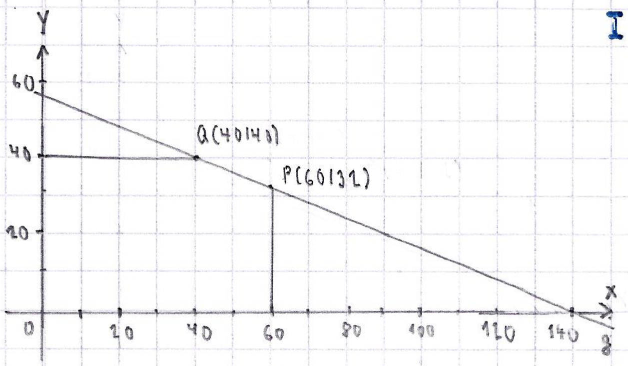
Flächeninhalt der Figur: $A = 45\,cm \cdot 36\,cm = 1620\,cm^2$

Randwerte: $A_1 = 40\,cm \cdot 40\,cm = 1600\,cm^2$

$A_2 = 60\,cm \cdot 24\,cm = 1440\,cm^2$

Mit den Längen **u = 45 cm** und **v = 36 cm** wird der Flächeninhalt mit **A = 1620 cm²** maximal.

LS Seite 31 / Aufgabe 13 b



I Gerade durch P(60|32) und Q(40|40):

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40-32}{40-60} = \frac{8}{-20} = -\frac{2}{5}$$

Punktprobe mit Q in $y = -\frac{2}{5}x + c$

$$40 = -\frac{2}{5} \cdot 40 + c \iff c = 56$$

d.h. $g: y = -\frac{2}{5}x + 56$

II. Hauptbedingung: $A = u \cdot v$

III. Nebenbedingung: $v = -\frac{2}{5}u + 56$

IV. Zielfunktion: $A(u) = -\frac{2}{5}u^2 + 56u \;;\; u \in [40; 60]$

V. Ableitungen: $A'(u) = -\frac{4}{5}u + 56$

$A''(u) = -\frac{4}{5}$

VI. Extrema:

notwendige Bdg $A'(u) = 0 \Rightarrow -\frac{4}{5}u + 56 = 0 \iff u = 70\,[cm]$

→ entfällt, da außerhalb des Definitionsbereichs

VII. Randextrema:

$A(40) = 40\,cm \cdot 40\,cm = 1600\,cm^2$

$A(60) = 60\,cm \cdot 32\,cm = 1920\,cm^2$

Mit den Längen $u = 60\,cm$ und $v = 32\,cm$ wird der Flächeninhalt mit $A = 1920\,cm^2$ maximal. Dieses Ergebnis erhält man aus der Betrachtung der Randwerte