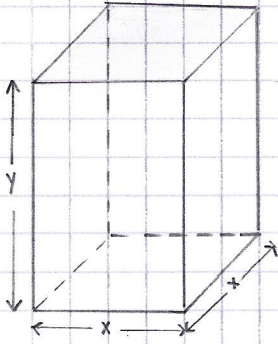


LS Seite 31 / Aufgabe 7



I. Hauptbedingung: $V = x^2 \cdot y$

II. Nebenbedingung: $0 = x^2 + 4xy = 100$

$$4xy = 100 - x^2 \Leftrightarrow y = \frac{100 - x^2}{4x}$$

III. Zielfunktion: $V(x) = x^2 \cdot \frac{100 - x^2}{4x}$

$$V(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 25x$$

IV. Ableitungen: $V'(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 25$

$$V''(x) = -\frac{3}{2}x$$

V. Extrema:

• notwendige Bdg $V'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}x^2 + 25 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{100}{3} \Leftrightarrow |x| = \frac{10}{3}\sqrt{3}; x > 0; \text{ d.h. } x = \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

• hinreichende Bdg $V''(x) \neq 0$

$$V''\left(\frac{10}{3}\sqrt{3}\right) = -5\sqrt{3} < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

VI. Maße des Kartons:

$$\underline{x} = \frac{10}{3}\sqrt{3} \approx \underline{5,77 \text{ [cm]}}$$

$$\underline{y} = \frac{100 - \frac{100}{3}}{\frac{40}{3}\sqrt{3}} = \frac{200}{3} \cdot \frac{3}{40\sqrt{3}} = \frac{5}{3}\sqrt{3} \approx \underline{2,89 \text{ [cm]}}$$

VII. Volumen des Kartons:

$$\underline{V} = \frac{100}{3} \cdot \frac{5}{3}\sqrt{3} = \frac{500}{9}\sqrt{3} \approx \underline{96,23 \text{ [cm}^3\text{]}}$$