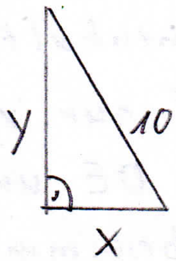
Nr. 18)

a)



$0 \le x \le 10$

Nebenbedingung: $x^2 + y^2 = 10^2$

$\Rightarrow y = \sqrt{10^2 - x^2}$

Zielfunktion: $A_\Delta = \frac{1}{2} x \cdot y \Rightarrow \underline{\underline{A(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{10^2 - x^2}}}$

Extrema notw. Bed. $A'(x) = 0$

$A'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10^2 - x^2} + \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} (10^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\cancel{2}x)$

$A'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10^2 - x^2} - \frac{1 \cdot x^2}{2\sqrt{10^2 - x^2}} = \frac{1 \cdot (10^2 - x^2) - x^2}{2\sqrt{10^2 - x^2}}$

$A'(x) = \frac{\overbrace{-2x^2 + 100}^{\text{Parabel nach Unten offen}}}{2\sqrt{100 - x^2}} = 0 \Rightarrow$ Zähler muss 0 sein

Nenner $\neq 0$

$-2x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow \underline{\underline{x_E = \sqrt{50}}}$

$A'(x)$ hat VZW von + nach − an der Stelle $x_E = \sqrt{50}$

$\Rightarrow$ Maximum von A für $\underline{\underline{x_E = \sqrt{50}}}$ und $y = \sqrt{100 - 50} = \underline{\underline{\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{2}}}$

b) Zielfunktion $U = x + y + 10$

$\underline{\underline{U(x) = x + \sqrt{10^2 - x^2} + 10}}$

Extrema: $U'(x) = 1 + \frac{1}{2}(10^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x)$

$U'(x) = 1 + \frac{-2x}{2\sqrt{10^2 - x^2}} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{2\sqrt{10^2 - x^2}} = 1 \quad \Big| \cdot \sqrt{10^2 - x^2}$

$x = \sqrt{10^2 - x^2} \quad \Big| (\ )^2 \Rightarrow x^2 = 100 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 100 \quad |:2$

$x^2 = 50 \Rightarrow \underline{\underline{x_E = \sqrt{50}}}$ Probe: $U'(\sqrt{50}) = 0$ ✓

VZW von $U'(x)$ an der Stelle $\underline{\underline{x_E = +\sqrt{50} = +\sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}}}$

$\Rightarrow$ Maximum des Umfangs für $x = 5 \cdot \sqrt{2}$ und $y = 5 \cdot \sqrt{2}$

O. Fell