Nr. 1) $H(2|2{,}4)$; $T(-2|-2{,}4)$

$W_1(-3{,}5|-1{,}5)$; $W_2(3{,}5|1{,}5)$; $W_3(0|0)$

waagrechte Asymptote $y=0$

Symmetrie zum Ursprung

Nr. 2) a) $f(x)= x\cdot e^x$; $f'(x)=1\cdot e^x + x\cdot e^x = \underbrace{e^x}_{>0}(1+x)$

$f'(x)=0$ notw. Bed. für Extrema

$f'(x)=\underbrace{e^x}_{>0}(1+x)=0 \Rightarrow x_1=-1$

hinr. Bed: $f''(x)=e^x\cdot(1+x)+e^x\cdot 1 = e^x(2+x)$

$f''(-1)=e^{-1}(2-1)>0 \Rightarrow \underline{\underline{T}}(-1|f(-1))=\underline{\underline{(-1|-\tfrac{1}{e})}}$

---

b) $f(x)=2x-e^{2x}$; $f'(x)=2-e^{2x}\cdot 2 = 2-2\cdot e^{2x}$

$f'(x)\overset{!}{=}0 = 2-2\cdot e^{2x}=0 \quad |+2\cdot e^{2x}$

notw. Bed

$2\cdot e^{2x}=2 \quad |:2 \Rightarrow e^{2x}=1 \Rightarrow \underline{\underline{x=0}}$

hinr. Bed $f''(x)=-2\cdot e^{2x}\cdot 2 = -4\cdot e^{2x}$

$f''(0)=-4\cdot e^{2\cdot 0}=-4\cdot 1=-4<0 \Rightarrow \underline{\underline{H(0|-1)}}$

---

c) $f(x)=x\cdot e^{-x}$; $f'(x)=1\cdot e^{-x}+x\cdot e^{-x}\cdot(-1)=e^{-x}(1-x)$

notw. Bed: $f'(x)=0=\underbrace{e^{-x}}_{>0}\cdot(1-x)\Rightarrow x_1=1$

hinr. Bed: $f''(x)=e^{-x}\cdot(-1)\cdot(1-x)+e^{-x}\cdot(-1)=e^{-x}(-2+x)$

$f''(1)=e^{-1}\cdot(-2+1)<0 \Rightarrow \underline{\underline{H(1|\tfrac{1}{e})}}$

Nr. 2) d) $f(x) = x^2 \cdot e^{2x}$; $f'(x) = 2x \cdot e^{2x} + x^2 \cdot e^{2x} \cdot 2$

$f'(x) = \underbrace{e^{2x}}_{>0}(2x + 2x^2) = 0$ notw. Bed Extrema

$\Rightarrow 2x + 2x^2 = 2x(1 + x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -1$

hinr. Bed: $2x + 2x^2$ ist eine nach oben geöffnete Parabel

$\Rightarrow f'(x) > 0$ für $x < -1 \wedge f'(x) < 0$ für $-1 < x < 0 \Rightarrow$ VZW + nach -

$\Rightarrow H(-1 | \frac{1}{e^2})$

$\Rightarrow f'(x) < 0$ für $-1 < x < 0 \wedge f'(x) > 0$ für $0 < x \Rightarrow$ VZW - nach +

$\Rightarrow T(0|0)$

---

e) $f(x) = e^{3x} - 6x$; $f'(x) = e^{3x} \cdot 3 - 6$

$f'(x) = 3e^{3x} - 6 = 0 \mid +6 \Rightarrow 3e^{3x} = 6 \mid :3 \Rightarrow e^{3x} = 2 \mid \ln$

$\Rightarrow 3x = \ln(2) \Rightarrow x = \frac{\ln(2)}{3}$

$f''(x) = 3 \cdot e^{3x} \cdot 3 = 9 \cdot e^{3x}$ hinr. Bed $f''(\frac{\ln(2)}{3}) > 0 \Rightarrow$ Min

$T(\frac{\ln(2)}{3} | 2 - 2 \cdot \ln(2))$

---

f) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x$; $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \cdot 2 - 2 \cdot e^x$

$f'(x) = e^{2x} - 2e^x = 0 \mid$ Sub $e^x = u$

$u^2 - 2u = u(u-2) = 0 \Rightarrow u_1 = 0 \vee u_2 = 2$

Rück.Sub. $0 = e^x$ ↯ keine Lösung

$2 = e^x \mid \ln$

$x = \ln(2)$

$f''(x) = e^{2x} \cdot 2 - 2 \cdot e^x = 2 \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^x$

$f''(\ln(2)) = 2 \cdot e^{2 \cdot \ln(2)} - 2 \cdot e^{\ln(2)} = 2 \cdot e^{\ln(2^2)} - 2 \cdot 2$

$= 8 - 4 = 4 > 0 \Rightarrow T(\ln(2) | -2)$

O. Fell