LS-Kursstufe Seite 50

Nr. 13) a) $H_1(-2|4)$ $H_2(2|4)$ $T(0|0)$

$W_1(-3|2{,}5)$, $W_2(-1|2)$ $W_3(1|2)$ $W_4(3|2{,}5)$

b) $f(x) = x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1}$ Vermutlich Achsensymmetrisch zur y-Achse

Beweis: $\underline{\underline{f(-x)}} = (-x)^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}(-x)^2+1} = x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} = \underline{\underline{f(x)}}$ q.e.d

$\lim\limits_{|x|\to\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ waagr. Asymptote $\underline{\underline{y=0}}$

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1}$; $f'(x) = 2x \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} + x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} \cdot (-\frac{1}{2}x)$

$f'(x) = \underbrace{x \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1}}_{\Rightarrow x_1=0} \cdot \underbrace{\left(2 - \frac{1}{2}x^2\right)}_{x_{2,3}=\pm 2} = 0$ notw. Bed. Extrema

$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0 \lor x_2 = -2 \lor x_3 = +2}}$

$f''(x) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} + 2x \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} \cdot (-\frac{1}{2}x) - \frac{3}{2}x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} - \frac{1}{2}x^3 \cdot e^{-\frac{1}{4}x^2+1} \cdot (-\frac{1}{2}x)$

$f''(x) = e^{-\frac{1}{4}x^2+1} \cdot \left[2 - x^2 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4\right] = \underbrace{e^{-\frac{1}{4}x^2+1}}_{\neq 0} \cdot \left[2 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4\right]$

Wendestelle notw. Bed $f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + 2 = 0 \;|\; \text{Sub}: u = x^2$

$\frac{1}{4}u^2 - \frac{5}{2}u + 2 = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \dfrac{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 5 \pm \sqrt{17}$

$\Rightarrow x_{w_1} = -\sqrt{5-\sqrt{17}}$; $x_{w_2} = -\sqrt{5+\sqrt{17}}$; $x_{w_3} = +\sqrt{5-\sqrt{17}}$; $x_{w_4} = \sqrt{5+\sqrt{17}}$

$\underline{\underline{x_{w_1} \approx -0{,}936 \;;\; x_{w_2} \approx -3{,}020 \;;\; x_{w_3} \approx 0{,}936 \;;\; x_{w_4} \approx 3{,}020}}$

hinr. Bed: Es findet jeweils ein VZW von f' und f'' an den entsp. Stellen statt.

d) Aus dem Schaubild entnommen: $\underline{\underline{f(-3{,}25) = f(-1) = f(1) = f(3{,}25) = 2}}$

e) Aus dem Schaubild entnommen $f'(-2{,}75) = f'(-3{,}25) = f'(0{,}4) = f'(1{,}5) = 2$

$f'(-1{,}5) = f'(-0{,}4) = f'(2{,}75) = f'(3{,}25) = -2$

O. Fell